

**XV**  
**CONGRESO**  
**INTERNACIONAL**  
**DE**  
**CONTADURÍA**  
**ADMINISTRACIÓN**  
**E**  
**INFORMÁTICA**



# VALORACIÓN DEL RIESGO MEDIANTE CÓPULAS, UTILIZANDO MIXTURAS NORMALES Y DE VALOR EXTREMO

Área de Investigación: Finanzas

## AUTORES

**Dr. José Javier Núñez Velázquez**

Universidad de Alcalá de Henares

Facultad de CC. EE. Y EE

Alcalá de Henares, España

Josej.nunez@uah.es

(34) 91 885 42 74.

Plaza de la Victoria 2. C.P. 28802.

**Dra. Tania Nadiezhda Plascencia Cuevas**

Universidad Autónoma de Nayarit

Secretaría Técnica ANUIES-RCO

Tepic, Nayarit; México

tanaplacu@hotmail.com

tcuevas@anuiersco.org.mx

(311) 210 27 11 y (311) 265 24 68.

Cerro Alto 15, col. Cuauhtémoc. C.P. 63180.

## RESUMEN

### VALORACIÓN DEL RIESGO MEDIANTE CÓPULAS, UTILIZANDO MIXTURAS NORMALES Y DE VALOR EXTREMO

La inestabilidad que existe hoy en día en los mercados desarrollados afecta directamente al comportamiento de los mercados emergentes, debido a la dependencia económica y financiera que estos presentan. Además, en el caso específico del mercado financiero mexicano, se observa un comportamiento asimétrico y dependiente, en gran medida, de los acontecimientos que se dan tanto en Estados Unidos como en España.

Con el objetivo de valorar el riesgo del índice principal de la bolsa mexicana de valores, Mexbol, frente al Dow Jones como índice representativo del mercado americano y frente al Ibex-35 como índice seleccionado del mercado europeo por su influencia en el mercado mexicano, se aplicarán metodologías de valoración de los riesgos tipo VaR y CVaR mediante cópulas financieras como herramienta de medición de la dependencia entre los índices, porque se considera que estos pueden tener una relación significativa y muy relevante. Esta investigación propone una alternativa al ajuste de los rendimientos a una distribución específica, ya que, como sabemos, dichos rendimientos no se distribuyen de la misma manera a lo largo del tiempo, debido a los periodos de auge y crisis propios de los ciclos económicos y financieros. Así pues, esta alternativa que permita ganar precisión en las estimaciones ya que consiste en combinar las distribuciones que mejor se ajustan a la serie de rendimientos reales, es decir, se partirá del supuesto de que los rendimientos en los periodos de baja volatilidad se distribuyen normalmente, y en los de alta volatilidad se asume la distribución de valor extremo. Para ello, se utilizan las series temporales de los tres índices, las cuales inician en 2002 y terminan en 2008. A su vez, éstas se dividen en dos subperiodos, con el fin de estimar, con especial énfasis, dos periodos económicamente diferentes, resaltando el periodo en que dio inicio la actual crisis. A lo largo de este capítulo se observan y analizan los efectos resultantes de la valoración de los

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

riesgos mediante cópulas financieras para cada uno de los subperiodos elegidos, realizando un análisis comparativo con las valoraciones obtenidas para el periodo temporal completo.

En las conclusiones se observa que cuando se estiman el VaR y el CVaR a través de distribuciones marginales combinadas se obtienen excelentes resultados, especialmente cuando se aplica la cópula Clayton, esto puede deberse a que es la que prioriza la cola izquierda de la distribución. Hay que señalar que el objetivo de esta nueva forma de estimación es el de predecir, principalmente, el centro y la cola izquierda de la distribución, porque es ahí donde, en este caso, se muestra el comportamiento de los rendimientos y se reflejan las pérdidas. Según la evidencia empírica, esta aproximación mejora de manera significativa las predicciones, ya que, de forma general, los rendimientos financieros no siguen una única distribución, es decir, las series de rendimientos no se comportan de forma normal o extrema, sino que el comportamiento es cambiante a través del tiempo.

## PONENCIA

### INTRODUCCIÓN

La inestabilidad que existe hoy en día en los mercados desarrollados afecta directamente al comportamiento de los mercados emergentes, debido a la dependencia económica y financiera que estos presentan. Además, en el caso específico del mercado financiero mexicano, se observa un comportamiento asimétrico y dependiente, en gran medida, de los acontecimientos que se dan tanto en Estados Unidos como en España. También se considera muy importante controlar y gestionar de la mejor manera posible los casos extraños o extremos que se presentan en las series de rendimientos financieros. Los valores extremos provienen de eventos raros y estos muestran como la información inesperada o sucesos anómalos pueden causar una subida o bajada de los rendimientos, ocasionando una mayor variabilidad que pueda considerarse como impulso o en su defecto que esa misma información conduzca a un cambio



CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

de nivel de toda la serie de rendimientos. Los casos extremos, son en gran medida los responsables de los grandes movimientos y del incremento de la volatilidad y la incertidumbre en los mercados, así que deben tomarse en consideración cuando se pretende hacer una valoración de riesgos. Cuando una serie de rendimientos financieros muestra comportamientos inusuales es de gran interés, ya que, en la mayoría de los casos, estos eventos son lo que ocasionan las pérdidas y/o ganancias más significativas, amenazando la estabilidad del mercado financiero donde se cotiza y a su vez, puede tener una fuerte repercusión en el sistema financiero global.

Con el objetivo de valorar el riesgo del índice principal de la bolsa mexicana de valores, Mexbol, frente al Dow Jones como índice representativo del mercado americano y frente al Ibex-35 como índice seleccionado del mercado europeo por su influencia en el mercado mexicano, se aplicarán metodologías de valoración de los riesgos mediante cópulas financieras como herramienta de medición de la dependencia entre los índices, porque se considera que estos pueden tener una relación significativa y muy relevante.

Por lo tanto, se ha destinado esta investigación a medir el riesgo y analizar el funcionamiento de metodologías tipo VaR aplicadas al Mexbol y observar su comportamiento frente a los dos índices seleccionados de forma separada. De manera general y siguiendo la literatura, se parte del supuesto de que las series de rendimientos siguen una distribución específica, sin embargo, esto no siempre es acertado, ya que las variables financieras tienen a sufrir cambios constantes. Por lo que dichos rendimientos no se distribuyen de la misma manera a lo largo del tiempo, debido a los periodos de auge y crisis propios de los ciclos económicos y financieros. Así pues, esta investigación propone una posible alternativa que permita ganar precisión en las estimaciones. La alternativa consiste en combinar las distribuciones que mejor se ajustan a la serie de rendimientos reales, es decir, se partirá del supuesto de que los rendimientos en los periodos de baja volatilidad se distribuyen normalmente, y en los de alta volatilidad se asume la distribución de valor extremo.

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

Para ello, se utilizan las series temporales de los tres índices, las cuales inician en 2002 y terminan en 2008. A su vez, éstas se dividen en dos subperiodos, con el fin de estimar, con especial énfasis, dos periodos económicamente diferentes, resaltando el periodo en que dio inicio la actual crisis. A lo largo de esta investigación se observan y analizan los efectos resultantes de la valoración de los riesgos mediante cópulas financieras para cada uno de los subperiodos elegidos, realizando un análisis comparativo con las valoraciones obtenidas para el periodo temporal completo. Con los índices seleccionados se han supuesto dos situaciones independientes, donde cada una representa la relación del Mexbol frente a uno de los otros dos índices objeto de estudio.

El resto de la investigación se desarrolla de la siguiente manera: en el segundo apartado se exponen los conceptos principales envueltos en esta. En el tercer apartado se realiza la descripción de los datos utilizados. La metodología propuesta se plasma en el cuarto apartado; los resultados obtenidos se encuentran en el quinto apartado y por último, en el sexto apartado se exponen las conclusiones a las que se ha llegado y las líneas abiertas de investigación resultantes de la presente.

## 1. Conceptos Principales

### 1.1 Riesgos financiero

En un principio, el riesgo<sup>1</sup> puede definirse como la volatilidad o dispersión de los flujos financieros inesperados o, en términos generales, como la incertidumbre que se tiene sobre resultados futuros. Según Artzner et al. (1999), la definición de riesgo está relacionada con la variabilidad del valor futuro de una posición, debido a cambios en el mercado o por eventos con

<sup>1</sup> Para mayor detalle de la definición de riesgo, véase Jorion (1997).



CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

incertidumbre. Es decir, los riesgos financieros son diversos y están relacionados con las pérdidas que puedan tener lugar en los mercados. Existen diferentes fuentes de riesgos y se pueden manifestar de muchas formas, debido a que el riesgo puede medirse como la dispersión de los resultados posibles, por lo que la variabilidad o movimientos de las variables financieras<sup>2</sup> constituyen una fuente de riesgo de gran importancia, ya que estas variables suelen estar expuestas a cambios constantes. Los tipos de riesgos pueden ser clasificados de manera general en cinco grandes grupos: riesgo de crédito, riesgo de liquidez, riesgo legal, riesgo operacional y riesgo de mercado<sup>3</sup>.

### 1.2 Valor en Riesgo (VaR)

Ante la situación de inestabilidad de los mercados financieros y la necesidad de una forma de medición adecuada del riesgo, se ha adoptado el valor en riesgo (VaR, Value at Risk<sup>4</sup>), como herramienta estándar para la medición del riesgo de mercado, cuyo principal atractivo es su simplicidad de interpretación, ya que se puede estimar cuánto se puede perder con determinada probabilidad y el resultado se resume en un sólo número.

Más en detalle, debe destacarse que la valoración de los riesgos es mayormente utilizada para reducir la probabilidad de incurrir en grandes pérdidas. Por ello, el Valor en Riesgo (VaR) es ampliamente utilizado para medir el riesgo de mercado en la administración o gestión de riesgo, puesto que permite asegurar que las instituciones financieras continúen en el negocio después de un evento catastrófico. En general, puede definirse<sup>5</sup> como la cantidad máxima probable que puede perder una cartera o instrumento financiero, en un horizonte temporal determinado, bajo unas circunstancias normales de los mercados y para un nivel de confianza dado, como consecuencia de movimientos adversos de los precios. De esta manera, el VaR combina la

<sup>2</sup> Variables tales como tipos de interés y tipos de cambio, entre otras.

<sup>3</sup> Para una clasificación más exhaustiva y desglosada de los tipos de riesgos financieros, véase la OCC *Banking Circular* (1993) sobre la administración del riesgo de los derivados financieros.

<sup>4</sup> Por su denominación anglosajona.

<sup>5</sup> Existen diferentes definiciones del VaR según diferentes puntos de vista. Para mayor detalle del concepto, véase Jorion (1997).

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

exposición a una fuente de riesgo con la probabilidad de un movimiento extraordinario en el mercado.

Supóngase que una cartera de inversión presenta un VaR de  $Y$  unidades monetarias para un nivel de confianza de  $\alpha$  y un horizonte temporal de  $T$  meses. Puede interpretarse que, en el  $100(\alpha)\%$  de los casos, no existirá una pérdida superior a  $Y$  unidades monetarias en los próximos  $T$  meses, es decir, en  $100(1-\alpha)\%$  de los casos la pérdida será inferior a  $Y$  unidades monetarias en los próximos  $T$  meses<sup>6</sup>. Es importante hacer hincapié en que el VaR debe expresarse dentro de un contexto, en concreto, un horizonte temporal, un nivel de confianza, una moneda de referencia y una metodología de cálculo. La metodología de cálculo dependerá del modelo que se le aplique a los datos. Así pues, existen diferentes métodos de estimación de VaR, entre los mayormente difundidos está el método delta-normal, delta-gamma, simulación histórica y simulación de Montecarlo.

### 1.3 Valor en Riesgo Condicional (CVaR)

El Valor en Riesgo Condicional (CVaR) se deriva de tomar el promedio de las observaciones cuyas pérdidas exceden el VaR. De forma general, se puede decir que el CVaR proporciona las expectativas condicionales de pérdida por encima del VaR. El CVaR también es conocido como *Expected Shortfall*, *Tail Conditional Expectation*, *Conditional Loss* y *Expected Tail Loss*<sup>7</sup>. Esta medida de riesgo fue propuesta como una modificación o extensión del *Value at Risk*

<sup>6</sup> Es decir, el VaR es el resultado menos malo de los  $100(1-\alpha)\%$  peores casos de la distribución de pérdidas y ganancias. En este contexto, los peores casos indican pérdidas más grandes.

<sup>7</sup> Para mayor detalle, véase Jorion (2003).





tradicional. El CVaR puede ser definido como el tamaño esperado de una pérdida que excede al VaR:

$$CVaR = E(X | X > VaR) \quad (0.1)$$

siendo  $X$  la pérdida y donde la esperanza condicionada viene determinada por la siguiente expresión:

$$CVaR = E(X | X > VaR) = \frac{\int_{VaR}^{+\infty} x dF(x)}{\int_{VaR}^{+\infty} dF(x)} \quad (0.2)$$

Artzner et al. (1999) argumenta que el CVaR es una expectativa de pérdida condicionada a que se supere el nivel indicado por el VaR y que, a diferencia del VaR, es una medida coherente de riesgo, ya que cumple con las propiedades de monotonicidad, homogeneidad positiva, invarianza ante translaciones, relevancia y subaditividad. También presenta ventajas significativas en comparación con el típico VaR y, además es una herramienta excelente y útil para la administración y gestión de riesgos, siendo aplicable en distribuciones con saltos. El CVaR brinda mejor ajuste y consistencia en las medidas de riesgo respecto al VaR, ya que complementa la información que proporciona el VaR, tornándose muy útil cuando se presentan distribuciones asimétricas y, además calcula la cantidad del exceso de pérdida.

#### 1.4 Cópulas Financieras

Una cópula es una función de distribución multivariante definida en una unidad cúbica  $n$ -dimensional  $[0,1]^n$ , tal que, cada distribución marginal es uniforme en el intervalo  $[0,1]$ , es decir, una cópula es una función que enlaza una distribución de probabilidad multivariante a una colección de funciones de probabilidad marginal univariantes y, así determinar la estructura de dependencia tanto de la distribución conjunta como de sus marginales. Se considera como una herramienta útil que permite modelizar la estructura de dependencia de un conjunto de factores

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

de riesgos<sup>8</sup>. Entre las principales propiedades de las cópulas, se destaca que tienen continuidad, diferenciabilidad y que son invariantes a transformaciones estrictamente crecientes de las variables aleatorias y/o sus funciones de distribución. Éstas permiten extraer la estructura de dependencia de la función de distribución conjunta y entonces, separar la estructura de dependencia de las funciones de distribución marginales. Son utilizadas como medida de concordancia entre variables aleatorias y por último la dependencia asintótica de cola es una propiedad muy importante de las cópulas. Las cópulas más utilizadas son la Gaussiana, t-Student, Gumbel, Frank y Calyton<sup>9</sup>.

## 2. Descripción de los datos

En este apartado se quieren observar y analizar tres índices bursátiles. Específicamente, se trata del principal índice selectivo de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, Mexbol, frente a dos índices selectivos muy representativos: uno es el índice bursátil español, Ibex-35, y el otro es el índice industrial estadounidense, Dow Jones. Se destaca que la elección de los índices se hizo con el objetivo de comparar el Mexbol con un índice europeo y con uno americano, así que se escogieron los que se consideraron más representativos y principales en sus respectivos países de origen.

Las series temporales de los tres índices bursátiles contienen información de los valores diarios de cierre; el periodo temporal completo va desde el 2 de enero de 2002 hasta el 31 de diciembre de 2008, por lo que cada serie cuenta con un total de 1806 observaciones. El primer subperiodo elegido inicia el día 2 de enero de 2002 y finaliza el 29 de diciembre de 2006, mientras que el segundo periodo va desde el 2 de enero de 2007 hasta el 31 de diciembre de 2008, teniendo un total de 1290 y 516 observaciones en cada subperiodo respectivamente. Es

<sup>8</sup> Para mayor detalle de la definición de cópulas, véase Sklar (1959).

<sup>9</sup> Para conocer las diferentes familias de cópulas, véase Cherubini et al. (2004).

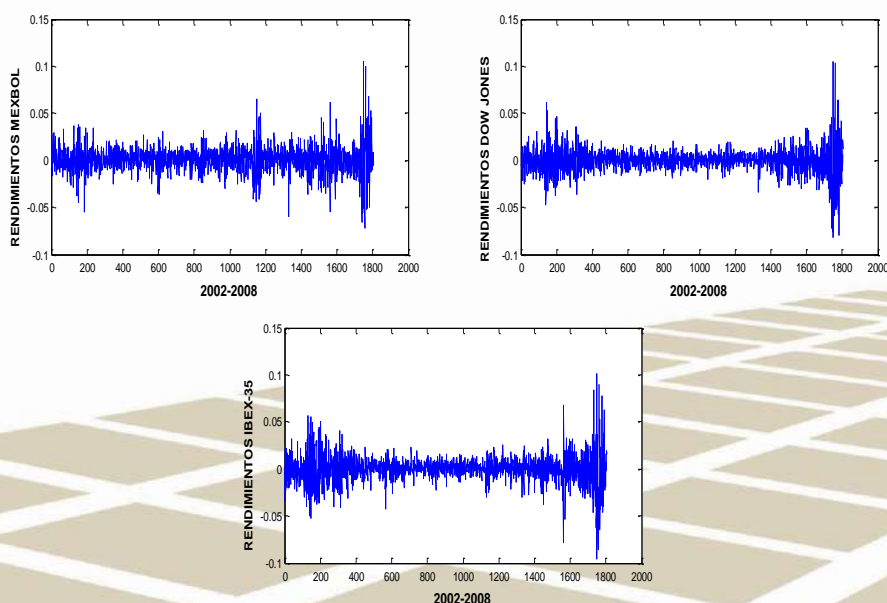
# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

importante y preciso señalar que todos los gráficos y tablas son de elaboración propia a partir de las cotizaciones oficiales.

Los rendimientos logarítmicos se han obtenido de la forma habitual y estos se representan en el gráfico 1, en el cual se puede observar que, tanto el Mexbol como el Dow Jones y el Ibex-35, presentan variabilidad a lo largo de toda la muestra. Sin embargo, en las últimas observaciones se advierte un aumento significativo de la volatilidad en los tres casos, lo cual era de esperarse, ya que estos últimos rendimientos se han visto fuertemente afectados por la inestabilidad que trajo consigo la crisis, la cual inició en 2007 y continúa en la actualidad.

**Gráfico 1. Rendimientos de los índices bursátiles**



Para realizar una descripción más exhaustiva de los rendimientos, se presenta, en formato tabla, el resumen descriptivo de los rendimientos de cada índice, tanto para el periodo completo

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

como para los subperiodos. Mediante el estadístico de Jarque-Bera, se contrasta si los rendimientos de los índices bursátiles en los tres periodos cumplen la hipótesis nula de normalidad.

Según los resultados de la tabla 1, los índices muestran unos rendimientos medios muy pequeños en los tres periodos, y sólo en el periodo 2002-2006 el rendimiento medio de los tres índices es positivo. Los índices presentan, en los tres periodos, una volatilidad significativamente alta, sin embargo, en el periodo 2007-2008 se advierte un aumento considerable, muy probablemente porque es el periodo en el que la variabilidad de las observaciones se ha visto incrementada. Respecto a la asimetría, los índices muestran sesgo positivo a la derecha, con excepción del Ibex-35, que en el periodo completo presenta sesgo negativo a la izquierda, al igual que el Mexbol en el primer subperiodo, 2002-2006. En cuanto a la curtosis, como es de esperarse cuando se utilizan rendimientos financieros, los índices poseen una distribución leptocúrtica, es decir, presentan colas más pesadas respecto a la distribución normal, ya que en la tabla 1 se observa que los coeficientes de curtosis son mayores que tres. El Dow Jones muestra una curtosis más elevada en los tres periodos en comparación con los otros dos índices, lo cual evidencia que tiene colas más pesadas y por lo tanto puede tener más valores extremos que el resto, esto puede deberse a que es en Estados Unidos donde se ha detonado la actual crisis financiera e hipotecaria. Tras la realización del contraste de Jarque-Bera, en los tres índices y en los tres periodos se rechaza la hipótesis nula de normalidad, es decir, los rendimientos de los índices no están normalmente distribuidos en ninguno de los periodos.



CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

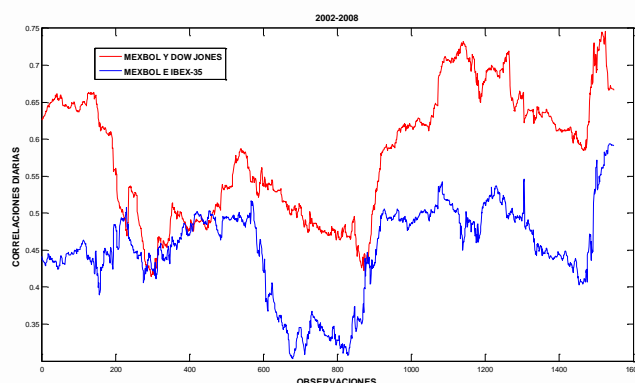
Tabla 1. Estadística descriptiva de los rendimientos

PERIODO TEMPORAL 2002-2008			
	MEXBOL	DOW JONES	IBEX-35
MEDIA	0.0007	-0.0001	0.0001
MEDIANA	0.0012	0.0003	0.0008
MÁXIMO	0.1044	0.1051	0.1012
MÍNIMO	-0.0727	-0.0820	-0.0959
VOLATILIDAD	0.0138	0.0126	0.0142
ASIMETRÍA	0.1631	0.1478	-0.0184
CURTOSIS	9.0993	13.8537	10.5128
JARQUE-BERA	2805.88	8866.40	4244.97
P-VALOR	0.0010	0.0010	0.0010
PERIODO TEMPORAL 2002-2006			
	MEXBOL	DOW JONES	IBEX-35
MEDIA	0.0011	0.0002	0.0004
MEDIANA	0.0014	0.0003	0.0009
MÁXIMO	0.0651	0.0615	0.0569
MÍNIMO	-0.0544	-0.0475	-0.0520
VOLATILIDAD	0.0115	0.0097	0.0117
ASIMETRÍA	-0.0534	0.3762	0.0206
CURTOSIS	5.4670	6.9801	6.1178
JARQUE-BERA	327.49	881.20	522.18
P-VALOR	0.0010	0.0010	0.0010
PERIODO TEMPORAL 2007-2008			
	MEXBOL	DOW JONES	IBEX-35
MEDIA	-0.0003	-0.0007	-0.0008
MEDIANA	0.0006	0.0004	0.0000
MÁXIMO	0.1044	0.1051	0.1012
MÍNIMO	-0.0727	-0.0820	-0.0959
VOLATILIDAD	0.0184	0.0179	0.0190
ASIMETRÍA	0.3794	0.1013	0.0491
CURTOSIS	8.1699	10.4621	9.2993
JARQUE-BERA	585.90	1195.74	851.69
P-VALOR	0.0010	0.0010	0.0010

Se ha considerado indispensable e intuitivo mostrar un gráfico de tipo *Rolling Window* para observar la evolución de las correlaciones diarias de los tres índices a lo largo del tiempo, ya que este puede servir para analizar la dependencia lineal temporal entre los índices.



**Gráfico 2. Rolling Window de correlaciones diarias**



Se observa que con el tiempo, el índice Mexbol aumenta su relación con ambos índices, tal y como se esperaba, el Mexbol y el Dow Jones tienen mayor correlación a lo largo de toda la muestra. Sin embargo, se observa que la dependencia que muestra el Mexbol respecto a los dos índices sufre un incremento en las últimas observaciones y además, es posible decir que a través del tiempo mantienen un grado de correlación significativamente alto. Por lo tanto, en el momento de la estimación es muy relevante tomar en cuenta la estructura de dependencia de forma adecuada para no subestimar los riesgos en que se puede incurrir.

### 3. Metodología

Primeramente, es importante señalar que la metodología se describe para el periodo completo, porque los subperiodos se estiman de manera similar. Se define el horizonte temporal  $[t, T]$ , la muestra a utilizar se divide en función de los periodos de volatilidad o de los valores extremos presentes a lo largo de toda la serie de rendimientos. Para dividir la serie completa en subseries normales o extremas, se han establecido dos umbrales, definidos de la siguiente manera:

$$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma) \quad (0.3)$$



CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

donde  $\mu$  es la media y  $\sigma$  la desviación estándar de los rendimientos. Se debe mencionar que sólo se han considerado como periodos extremos aquellos en los que se agrupa un número considerable de rendimientos extremos, dejando a un lado valores atípicos puntuales.

Supóngase que se tiene una cartera formada por dos series temporales<sup>10</sup>  $X$  e  $Y$ , donde la descripción de la metodología se desarrollará minuciosamente para  $X$ , ya que el procedimiento para  $Y$  es análogo. Se fracciona la serie  $X$  en  $n$  subseries,  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , con el fin de tener agrupados los periodos considerados como normales y como extremos. Se denotará como:

$$X_{iN} \square N(\mu_i, \sigma_i) \quad (0.4)$$

a las subseries que se encuentran en relativa estabilidad, con lo cual se supone que siguen un distribución normal. Las subseries que agrupan momentos con mayor volatilidad asumen una distribución de valor extremo, tal que

$$X_{iev} \square ev(\mu_i, \sigma_i) \quad (0.5)$$

Así pues, tras dividir la muestra en subseries ajustadas a distribuciones normales y extremas, se obtienen las distribuciones marginales univariantes respectivas para cada subserie de rendimientos previamente ajustadas. Las distribuciones marginales se consiguen a través de la función de distribución acumulada, calculándose de forma independiente para cada subserie, ya que cada división está siendo tratada según al grupo al que pertenecen: normal o extremo. Se crea un vector  $U$ , el cual incluye las distribuciones marginales univariantes cronológicamente ordenadas para respetar la secuencia temporal,

<sup>10</sup> La metodología se describe para el caso bivalente, pero puede aplicarse de forma multivalente.



CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

$$U_X = [U_{X_{1N}}, U_{X_{2ev}}, \dots, U_{X_{iN}}, U_{X_{jev}}], \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j \quad (0.6)$$

En este caso se asume que el primer subperiodo  $X_1$ , sigue una distribución normal, es decir,  $X_{1N}$ , seguido de la segunda subserie  $X_2$  que se supone con distribución de valor extremo  $X_{2ev}$ . Cabe mencionar que en este punto se tienen los vectores  $U_X$  y  $U_Y$  obtenidos de forma similar, por lo que es posible que se obtengan los parámetros<sup>11</sup>  $\theta$  que reflejan el grado de dependencia necesario para cada cópula. A partir de las distribuciones marginales univariantes,  $U_X$  y  $U_Y$ , se simulan distribuciones marginales conjuntas para el vector  $U_{X,Y}$ , es decir, se obtienen variables que tengan como distribución conjunta la cópula estimada,

$$C(U_{X,Y}) = C(U_X, U_Y) \quad (0.7)$$

Las cópulas utilizadas son: Gaussiana, t-Student, Frank, Gumbel y Clayton, las dos primeras de la familia elíptica y las últimas pertenecientes a la familia arquimediana. Mediante la simulación de Monte Carlo, se obtienen rendimientos simulados a través de las distribuciones marginales conjuntas y la inversa de la función de distribución acumulada. Para simular los rendimientos, se tiene en cuenta la proporción de los valores normales y extremos que tiene la muestra. De forma que, a la hora de simular, se utiliza la misma proporción en cada uno de los dos casos. Por lo tanto, es importante señalar que las simulaciones se realizan de forma independiente entre rendimientos normales y extremos. Los parámetros a utilizar en las simulaciones son las medias de los parámetros individuales, es decir, supóngase que se tiene  $n_1$  subseries normalmente distribuidas, se denotará mediante  $\mu_N$  la media a utilizar,

<sup>11</sup> El parámetro  $\theta$  para las cópulas arquimediana se ha estimado a través de la  $\tau$  de Kendall.





CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

$$\mu_N = \frac{\mu_{X_{iN}} + \dots + \mu_{X_{(i+n)N}}}{n_1} \quad (0.8)$$

y la desviación típica  $\sigma_N$ ,

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{X_{iN}} + \dots + \sigma_{X_{(i+n)N}}}{n_1} \quad (0.9)$$

Por lo tanto, los rendimientos se simulan mediante una distribución normal de la siguiente forma:

$$R_{X_1} \square N(\mu_N, \sigma_N) \quad (0.10)$$

En cuanto a los parámetros utilizados para la simulación extrema, se han utilizado aquellos parámetros que mostraron mayor variabilidad. Por lo que los rendimientos que asumen una distribución de valor extremo se simulan de la siguiente manera:

$$R_{X_2} \square ev(\mu_{ev}, \sigma_{ev}) \quad (0.11)$$

Así pues, se crea un vector  $R_{SX}$  que incluya las simulaciones normales y extremas anteriormente expuestas,

$$R_{SX} [R_{X_1}, R_{X_2}] \quad (0.12)$$

cabe mencionar, que para la variable Y los rendimientos se simularon de forma similar. Por lo tanto el vector general de rendimientos simulados es:

$$RS [R_{SX}, R_{SY}] \quad (0.13)$$

A partir de aquí se ponderan los rendimientos simulados, en este caso  $X$  e  $Y$  se equiponderan, es decir, cada variable tiene 50% de peso específico. Por último se estima el VaR y CVaR con un nivel del confianza de 99%, el primero corresponde al percentil de la distribución de los

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

rendimientos simulados y el segundo es el promedio de los rendimientos que exceden el nivel del VaR. Esta metodología se ha aplicado tanto al periodo completo como a los subperiodos elegidos, porque así se puede observar el comportamiento de esta metodología en situaciones económicamente diferentes.

## Resultados

### 3.1 Relación Mexbol e Ibex-35

Las valoraciones de los riesgos con esta nueva aproximación correspondientes a la relación Mexbol e Ibex-35, han sido contrastadas con las obtenidas de forma empírica<sup>12</sup>. Las metodologías utilizadas son el VaR y el CVaR y se han estimado a través de las cinco cópulas y para los tres periodos temporales. Las valoraciones se recogen en la tabla 2.

---

<sup>12</sup> Esta nueva aproximación tiene como deficiencia que hasta el momento no se pueden realizar los análisis retrospectivos *backtesting*, así que solo se han contrastado los resultados con los obtenidos de forma empírica.

**Tabla 2. Valoración de los riesgos: Mexbol e Ibx-35**

VaR Y CVaR 2002-2008				
Mexbol-Ibx-35				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-5.75%	-7.34%	-1.19%	-5.37%
<b>Cópula t-Student</b>	-5.60%	-7.40%	-2.70%	-6.37%
<b>Cópula Frank</b>	-5.67%	-6.80%	-1.10%	-2.53%
<b>Cópula Gumbel</b>	-5.68%	-7.16%	-0.09%	-4.08%
<b>Cópula Clayton</b>	-6.19%	-8.97%	-6.10%	-10.43%
VaR Y CVaR 2002-2006				
Mexbol-Ibx-35				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-4.93%	-6.06%	-1.28%	-4.77%
<b>Cópula t-Student</b>	-5.19%	-7.26%	-2.92%	-7.34%
<b>Cópula Frank</b>	-4.34%	-5.66%	-0.90%	-2.97%
<b>Cópula Gumbel</b>	-4.63%	-6.18%	-0.79%	-4.83%
<b>Cópula Clayton</b>	-5.37%	-8.18%	-5.31%	-9.74%
VaR Y CVaR 2007-2008				
Mexbol-Ibx-35				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-5.83%	-9.77%	-4.23%	-8.83%
<b>Cópula t-Student</b>	-6.17%	-10.41%	-6.07%	-11.00%
<b>Cópula Frank</b>	-6.31%	-9.36%	-2.47%	-6.49%
<b>Cópula Gumbel</b>	-6.22%	-9.84%	-2.29%	-6.55%
<b>Cópula Clayton</b>	-7.41%	-12.33%	-7.28%	-7.28%

Las valoraciones VaR más adecuadas se han obtenido con la cópula Clayton en los tres periodos, ya que es con la que la valoración de los riesgos se encuentra más cercana a la estimación empírica. Esto se debe a que la cópula Clayton se centra en la dependencia de los eventos extremos registrados en la cola izquierda de la distribución. En cuanto a las valoraciones CVaR, la cópula que mejor aproxima los rendimientos reales es la t-Student, quizá porque da suficiente peso a los eventos en el centro de la distribución, sin dejar de tomar en cuenta los extremos. Se debe señalar que con esta nueva forma de aproximación los resultados se muestran cercanos a los empíricos. Este puede deberse al efecto de combinar distribuciones en la estimación, ya que cuando se supone que los rendimientos se distribuyen a través de

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

valor extremo, los resultados sobrestiman excesivamente el riesgo. Por el contrario, cuando se supone normalidad de rendimientos, las valoraciones se ven infravaloradas. Por lo que esta nueva forma de estimar los rendimientos puede acercarse un poco más a la realidad de la relación Mexbol e Ibex-35.

Para finalizar este apartado, es importante decir que para este caso, todos los resultados obtenidos se han aproximado de forma favorable a los empíricos, haciendo que la nueva forma de valoración del riesgo propuesta sea acertada y precisa, pudiendo ser una buena alternativa tanto para valorar el riesgo como para realizar la cobertura.

### 3.2 Relación Mexbol y Dow Jones

Las valoraciones de los riesgos con esta nueva aproximación correspondientes a la relación Mexbol y Dow Jones, han sido contrastadas con las obtenidas de forma empírica. Las metodologías utilizadas son el VaR y el CVaR y, al igual que en el apartado anterior, se han estimado a través de las cinco cópulas y para los tres periodos temporales. Las valoraciones se recogen en la tabla 3.

Tabla 3. Valoración de los riesgos: Mexbol y Dow Jones

VaR Y CVaR 2002-2008				
Mexbol-Dow Jones				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-6.11%	-8.48%	-2.67%	-7.35%
<b>Cópula t-Student</b>	-6.19%	-8.38%	-4.09%	-8.24%
<b>Cópula Frank</b>	-5.91%	-8.08%	-1.84%	-4.36%
<b>Cópula Gumbel</b>	-6.04%	-7.99%	-2.18%	-5.79%
<b>Cópula Clayton</b>	-6.50%	-8.93%	-5.54%	-9.68%
VaR Y CVaR 2002-2006				
Mexbol-Dow Jones				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-5.04%	-7.04%	-4.12%	-8.12%
<b>Cópula t-Student</b>	-4.83%	-6.67%	-3.27%	-6.97%
<b>Cópula Frank</b>	-4.57%	-5.81%	-0.94%	-4.09%
<b>Cópula Gumbel</b>	-4.51%	-5.77%	-1.39%	-6.13%
<b>Cópula Clayton</b>	-5.08%	-7.69%	-7.15%	-11.67%
VaR Y CVaR 2007-2008				
Mexbol-Dow Jones				
	Nuevo Ajuste		Ajuste Empírico	
	VaR	CVaR	VaR	CVaR
<b>Nivel de Confianza</b>	99%	99%	99%	99%
<b>Cópula Gaussiana</b>	-7.25%	-10.37%	-6.26%	-10.18%
<b>Cópula t-Student</b>	-7.69%	-11.63%	-5.24%	-10.44%
<b>Cópula Frank</b>	-6.98%	-10.45%	-2.58%	-5.98%
<b>Cópula Gumbel</b>	-7.52%	-10.59%	-4.20%	-9.02%
<b>Cópula Clayton</b>	-8.34%	-13.10%	-8.48%	-13.16%

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

En el periodo total, la valoración VaR es más adecuada con la cópula Clayton, ya que es la que se encuentra más cercana a la valoración de forma empírica, mientras que la valoración CVaR es más precisa con la cópula t-Student. En el primer subperiodo, 2002-2006, el VaR es más adecuado con las cópulas Gaussiana y Clayton, y el CVaR próximo a los datos reales se obtiene con la cópula t-Student. En el segundo subperiodo, 2007-2008, también las cópulas Gaussiana y Clayton ajustan el VaR y, del mismo modo, el CVaR es más adecuado con la cópula Clayton quizá por el hecho de que otorga mayor énfasis a la dependencia de los eventos extremos ubicados en la cola izquierda de la distribución. En la tabla 3 se observa que el periodo 2007-2008 es el que registra las mayores pérdidas, muy probablemente ocasionadas por los eventos extremos propios de la crisis actual. Cabe destacar que con esta nueva forma de aproximación existe un acercamiento favorable a los resultados empíricos. Esto puede ser el efecto de combinar distribuciones en la estimación, ya que cuando se supone que toda la muestra es extrema los resultados sobrestiman en exceso el riesgo. Por el contrario, cuando se supone normalidad de rendimientos, las valoraciones se ven infravaloradas. Por lo que esta nueva forma de estimar los rendimientos puede acercarse un poco más a la realidad. Por lo tanto, esta nueva aproximación ha beneficiado significativamente la valoración de los riesgos, aproximándose bastante a lo que sucede con los rendimientos reales de la relación Mexbol y Dow Jones.

#### 4. Conclusiones y líneas abiertas de investigación

En esta metodología propuesta se ha empleado la teoría de cópulas para valorar la pérdida máxima que pueden sufrir dos situaciones, cada una de ellas compuesta por dos índices bursátiles. La primera situación la integran el Mexbol y el Ibex-35, mientras que la segunda situación la conforman el Mexbol y el Dow Jones, esta selección es por el interés de esta investigación en conocer los movimientos del mercado mexicano bursátil frente a los índices selectivos y representativos del mercado estadounidense y español independientemente. La valoración al riesgo se realizó aplicando las metodologías de valor en riesgo y valor en riesgo condicional, debido a que su estimación se puede aplicar en diversas investigaciones de gestión

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

de riesgos y su interpretación es relativamente sencilla pero no trivial. Además se valoró el riesgo para el periodo completo y para los dos subperiodos, con el fin de cuantificar el impacto que está teniendo la crisis actual.

Las cópulas que se han utilizado en las valoraciones de los índices bursátiles son la Gaussiana y t-Student, Clayton, Gumbel y Frank. Las tres últimas cópulas pertenecen a la familia arquimediana, también se les denomina como de valor extremo y/o paramétricas, porque para estimarlas es imprescindible obtener los parámetros que miden el grado de dependencia que hay entre las variables. Los parámetros se estimaron a través de la  $\tau$  de Kendall porque no asume anticipadamente que los rendimientos se distribuyan específicamente de alguna forma. Se ha supuesto que los rendimientos siguen dos distribuciones combinadas, una normal y otra de valor extremo, siendo comparadas con la distribución empírica, debido a que ésta es la que brinda una visión más real del comportamiento de los mercados y de las acciones.

En lo que respecta a la evidencia empírica obtenida, se observa que cuando se estiman el VaR y el CVaR a través de distribuciones marginales combinadas se obtienen excelentes resultados, especialmente cuando se aplica la cópula Clayton, esto puede deberse a que es la que prioriza la cola izquierda de la distribución. Hay que señalar que el objetivo de esta nueva forma de estimación es el de predecir, principalmente, el centro y la cola izquierda de la distribución, porque es ahí donde, en este caso, se muestra el comportamiento de los rendimientos y se reflejan las pérdidas. Según la evidencia empírica, esta aproximación mejora de manera significativa las predicciones, ya que, de forma general, los rendimientos financieros no siguen una única distribución, es decir, las series de rendimientos no se comportan de forma normal o extrema, sino que el comportamiento es cambiante a través del tiempo.

Cabe señalar, que la dependencia observada en la relación Mexbol e Ibex-35 es menor que en relación Mexbol y Dow Jones, una vez más es por la dependencia temporal que México tiene

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

con Estados Unidos en diversos sectores económicos y financieros. Sin embargo, las pérdidas no siempre son mayores en la relación Mexbol y Dow Jones, lo que puede llevar a pensar que el mercado mexicano muestra bastante relación con el mercado español, incluso más de la que se esperaba. Se insiste en que esta nueva aproximación se considera adecuada, acertada y brinda beneficios en cuanto a la predicción respecto a las metodologías tradicionales o a las metodologías que asumen una única distribución para toda una serie temporal de rendimientos, y conduce a la posibilidad de mejorar la cobertura de los riesgos a los que continuamente se está expuesto.

La principal desventaja de esta aproximación es que no se pueden realizar análisis retrospectivos, *backtesting*, así que solo se han contrastado los resultados con lo obtenidos de forma empírica. Sin embargo, se insiste en que esta nueva aproximación se considera adecuada, acertada y brinda beneficios en cuanto a la predicción respecto a las metodologías tradicionales o a las metodologías que asumen una única distribución para toda una serie temporal de rendimientos, conduciendo a la posibilidad de mejorar la cobertura de los riesgos a los que continuamente se está expuesto.

De esta investigación se sugieren dos líneas abiertas de investigación. La primera es encontrar una forma de que los umbrales de decisión se puedan obtener automáticamente, es decir, que los umbrales puedan obtenerse endógenamente del modelo de valoración. La segunda línea surge de la pregunta de si es posible realizar análisis retrospectivos *backtesting*, en caso afirmativo, de qué manera incluirlos en el modelo de forma eficiente.





CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

## 5. Bibliografía

- [1] Alexander, C. (2008); Market Risk Analysis: Practical Financial Econometrics, Vol II. John Wiley & Sons.
- [2] Aragonés, J. y Blanco, C. (2000); Valor en Riesgo: Aplicación a la gestión empresarial. Ediciones Pirámide.
- [3] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. y Heath, D. (1999); Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228.
- [4] Bali, T. G. (2007); A Generalized Extreme Value Approach to Financial Risk Measurement. *Journal of Banking and Finance* 39, 1614-1649.
- [5] Cherubini, U., Luciano, E. y Vecchiato, W. (2004); Copula Methods in Finance. Wiley Finance.
- [6] Duffie, D. y Pan, J. (1997); An Overview of Value at Risk. *Journal of Derivatives* 4, 7-49.
- [7] Embrechts, P. (2008). Copulas: A Personal View. *Journal of Risk Insurance*, de próxima aparición.
- [8] Embrechts, P., Kluppelberg y Mikosch, T. (1997); Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer, Berlin.
- [9] Embrechts, P., McNeil, A. y Straumann, D. (2002); Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls. *Risk Management: Value at Risk and Beyond* (Edited by M. Dempster). Cambridge University Press 176-223.
- [10] Embrechts, P., McNeil, A., y Frey, R. (2005); Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Princeton University Press.
- [11] Jorion, P. (1997); Valor en Riesgo. Universidad de California, Irvine. McGraw-Hill.
- [12] Office of the Comptroller of the Currency, (1993). Banking Circular BC-277: Risk Management of Financial Derivatives. Washington, D.C.: Comptroller of the Currency.

# XV

CONGRESO INTERNACIONAL  
DE  
CONTADURÍA, ADMINISTRACIÓN E INFORMÁTICA

[13] Sklar, A. (1959); Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leures Marges, Publications de L'Institut de Statistique de L'Université de Paris 8, 229-231.