

**APLICACIÓN DEL MODELO ESTOCÁSTICO WIENER
GAUS PARA LA PREDICCIÓN DEL PRECIO DE
ACCIONES DEL MERCADO BURSÁTIL COLOMBIANO**

Área de investigación: Finanzas

Arturo Charris Fontanilla

Docente y Director del Programa de Administración de Empresas
Universidad del Magdalena
Colombia
arturocharris@hotmail.com

Edder Parody Camargo

Facultad de Ciencias Empresariales y Económicas
Universidad del Magdalena
Colombia
edderparody@gmail.com

Edwin Causado Rodríguez

Facultad de Ingeniería
Universidad del Magdalena
Colombia
Causadoedwin@gmail.com

XXI
CONGRESO
INTERNACIONAL
DE
CONTADURÍA
ADMINISTRACIÓN
E
INFORMÁTICA



APLICACIÓN DEL MODELO ESTOCÁSTICO WIENER GAUS PARA LA PREDICCIÓN DEL PRECIO DE ACCIONES DEL MERCADO BURSÁTIL COLOMBIANO



Introducción

El mercado de capitales es una “herramienta” básica para el desarrollo económico de una sociedad, dado que mediante él se hace la transición del ahorro a la inversión, se movilizan recursos principalmente de mediano y largo plazo, desde aquellos sectores que tienen dinero en exceso (ahorradores e inversionistas) hacia las actividades productivas (empresas, sector financiero, gobierno) mediante la compraventa de títulos valores. Su lógica subyacente, implica que por medio de una mayor propensión al ahorro, se genera una mayor inversión, debido a que se producen excedentes de capital para los ahorradores, los cuales buscan invertirlos y generar mayor riqueza. Esta inversión da origen, por su parte, a nuevas industrias generadoras de ingresos, siendo este el principal objetivo del mercado de capitales (Boletín 63 Mercado de Capitales, Universidad EAFIT).

El mercado de capitales es el conjunto de mecanismos a disposición de una economía para cumplir la función básica de asignación y distribución, en el tiempo y en el espacio, de los recursos de capital, los riesgos, el control y la información asociada con el proceso de transferencia del ahorro a inversión” (Ibid). Según Aguirre (2010), su estudio pormenorizado resulta completamente útil tanto para los ciudadanos como el Estado en general, pues su buen manejo, entre otros aspectos, reduce los costos de adquirir información, brinda fuentes alternativas de crédito y reduce el número de persona bajo la línea de pobreza. Consecuencia de ello, la academia a través de sus docentes e investigadores ha venido consolidando un importante estado del arte, haciendo aportes y usos de conceptos, perspectivas teóricas, modelaciones, metodologías y demás herramientas que han posibilitado un mejor entendimiento de este importante fenómeno.

En ese orden de ideas, el propósito del presente análisis es realizar un ejercicio de predicción del precio de las acciones del Grupo Éxito, Ecopetrol e Isagen, a partir del uso del modelo Wiener Gauss y la aplicación del método de simulación de Monte-Carlo, teniendo en cuenta el período comprendido entre el 1 de Marzo y el 29 Abril de 2016, para luego determinar la robustez del

modelo de predicción mediante la medida estadística del error métrico cuadrado (MSE) y el error porcentual absoluto medio (MAPE).

Justifica la realización de esta investigación, entre otras razones, la comprobación de argumentos como los propuestos por importantes precursores como Gibson (1889), Bachiller (1900), Samuelson (1965) y Fama (1965), cuyos planteamientos han permitido que los actuales agentes económicos puedan tener en cuenta sólo la información más reciente de los activos financieros respecto al valor promedio de su rentabilidad y la volatilidad de su rendimiento para así identificar el nivel de riesgo que podrían correr y a partir de allí tomar decisiones respecto a comprar, vender o mantener ese tipo de activos (Parody, Charris y García, 2013). Según Hernández (2009), es evidente que se requieren medidas de riesgo al momento de realizar las transacciones de activos financieros, lo cual relleva la importancia de modelar y pronosticar los rendimientos para el diseño de portafolios de inversión, la fijación de precios, el cálculo de valor en riesgo, las estrategias financieras, entre otros.

De igual forma, el desarrollo de esta investigación posibilitó el ejercicio de optimización y comprobación de técnicas para el mejoramiento de la toma de decisiones concernientes a la compra y venta de acciones en el propio mercado financiero colombiano, labor que implica el uso de análisis y herramientas de medición y control de riesgos que minimicen el impacto de fenómenos como la volatilidad y la incertidumbre a la que se encuentran expuestos los inversionistas y que pueden mitigarse mediante la realización de pronósticos que posibiliten el diseño de estrategias financieras y de construcción de portafolios de inversiones. Lo anterior es completamente congruente con lo planteado por Díaz (s.f), quien argumenta que contar con instrumentos, mediciones y análisis capaces de señalar el posible curso del comportamiento de los factores de riesgo, es un punto clave para construir herramientas que permitan mejor anticipación de los resultados.

Así las cosas, puede argumentarse que con la labor investigativa realizada en este estudio se hizo un aporte a los diferentes actores relacionados con los activos financieros o portafolios en Colombia, en vista de que esboza una exhaustiva revisión de literatura en el tema, plantea empíricamente la implementación de metodologías para la predicción, proyecta resultados concretos de empresas cotizantes en la Bolsa de Valores de Colombia, brinda unas reflexiones finales acerca de los hallazgos encontrados y devela algunas brechas de investigación por resolver, entre otros aportes que servirán para



contribuir al debate y optimizar la toma de decisiones de los agentes económicos.

Marco teórico



En lo concerniente a la perspectiva teórica por medio de la cual se abordó el objeto de estudio de esta investigación, se identificó que la modelación y el pronóstico de series financieras, históricamente se han estudiado a través de dos enfoques antagónicos muy populares. Por una parte, se encuentra el enfoque de las teorías Chartistas, más específicamente el análisis técnico, el cual según Murphy (2000) y Hernández (2009) asume que el precio de un activo financiero tiene mucha información que podría resultar útil para predecir su comportamiento, al grado que el patrón de los precios pasados tiende a repetirse en el futuro, terminando en un escenario en el que la historia literalmente se replica. De Arce (2004), ratifica esa postura al afirmar que “en definitiva, la clave de estos modelos está en considerar la información pasada de la variable y su volatilidad observada como factor altamente explicativo de su comportamiento presente y, por extensión lógica, de su futuro predecible” (p. 3).

En contraste con lo anterior, la teoría de los mercados eficientes y las caminatas aleatorias plantea que no es posible predecir los precios futuros a partir de los precios pasados, dado que los precios de las acciones están determinados por un paseo aleatorio o al azar (Fama, 1965). Lo anterior, según Johnston y Dinardo (1997) debido a que estadísticamente los cambios en los precios son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. En suma, según esta perspectiva, hay un sinnúmero de inversores atentos a cualquier nueva información y en caso de aparecer una oportunidad de ganancias extraordinarias, dicha oportunidad sería arbitrada en forma inmediata y trasladada a los precios de la acciones, situación que haría desaparecer la oportunidad latente, convirtiéndose así en un hecho aparentemente contra intuitivo, dado que cuanto más eficiente sea el mercado, más aleatoria será la secuencia de dichos precios (Delfiner, 2002).

En ese orden de ideas, es preciso anotar que esta investigación busca explicar el fenómeno objeto de estudio por medio de la perspectiva de la teoría de la caminata aleatoria y los mercados eficientes que ha sido ampliamente aceptada por la comunidad académica y demás profesionales de las finanzas. Dicha perspectiva, tiene un estricto formalismo matemático y cuenta con los modelos más difundidos para describir el comportamiento de las acciones. Sus

planteamientos aseguran que el nivel de precios de un activo no es predecible, lo cual implica que la serie de variaciones de precios no tiene memoria y como consecuencia de ello no puede ser usada para predecir el futuro de ninguna manera significativa. Dicho de otra forma, desde esta perspectiva se asume que los precios de las acciones actúan asiduamente como variables de un proceso estocástico.



Según Rodriguez y Pedraja (2005), una variable sigue un proceso estocástico cuando cambia de valor en el tiempo en forma aleatoria o al azar, tal como sucede con el precio de las acciones. A su vez, un proceso Markov es un tipo particular de proceso estocástico, en el cual sólo el estado presente de los procesos es relevante para predecir el futuro, es decir no tiene en cuenta la memoria de la serie, por ello se le asigna poca importancia a la trayectoria pasada del comportamiento de las acciones, lo cual se convierte en la principal diferencia del Chartismo, ya que como lo ha planteado históricamente Gibson, el valor actual de las acciones refleja los comportamientos racionales de los inversores, usando únicamente la información que tienen a su disposición.

A su vez, resulta pertinente destacar que el proceso Wiener-Gauss, es un tipo de proceso estocástico Markov, el cual se ha usado en física para describir el movimiento Browniano de una partícula que está sujeta a un gran número de pequeños "shocks" moleculares (Flores, 2002). En el ámbito accionario dichos "shocks" moleculares los representa la información que induce a las transacciones de compra y venta de dicho activo, dado que como lo esgrimió Osborne (1959), los precios de los activos en la Bolsa pueden ser considerados como un conjunto de decisiones que forman un equilibrio estadístico, con propiedades que son casi las mismas que las de un conjunto de partículas en mecánica estadística.

Según Pedraja, Rodriguez y Server (2000), también es importante comprender que el comportamiento de una variable "Z" que sigue un proceso Wiener, puede entenderse al considerar los cambios en su valor en pequeños intervalos de tiempo¹, por ello desde esta perspectiva teórica solo se tiene en cuenta el comportamiento en espacios reducidos de tiempo al realizar los análisis.

¹ Existen dos propiedades básicas que debe cumplir la variable Z para seguir un proceso Wiener: 1) El cambio en z estará asociado con el cambio en t, y 2) Los valores para los intervalos Δz diferentes del tiempo Δt son independientes. Así de (1) se tiene que Δz sigue una distribución normal.

Así las cosas, puede decirse que existen sustanciales diferencias entre las perspectivas para abordar el mundo accionario, no sólo por la importancia asignada al comportamiento pasado de las acciones sino también por el grado de certidumbre al que se someta la inversión realizada. Bajo esta premisa, será una la situación cuando se actúa en el marco de la certidumbre y otra cuando el escenario esté permeado por incertidumbre y el riesgo.



Desde ese marco, Cortes, Debon y Moreno (2007), plantean que en un escenario de certidumbre si $S(t)$ es el valor resultante de invertir \$1 en una acción bajo un régimen de capitalización a interés compuesto continuo y una tasa constante μ durante el intervalo de tiempo $[0, t]$, entonces $S(t)$ sería la solución del problema de valor inicial cuya ecuación diferencial ordinaria indica que el capital crece a una tasa de crecimiento relativo constante e igual a μ , y cuya condición inicial implica una inversión al principio del intervalo, así:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt \quad , \quad S(0) = 1$$

Pérez, Cortes y Villanueva (2006), describen ese esquema como un principal (capital) que se invierte a un interés compuesto continuo durante un intervalo temporal dividido en periodos de longitud cada uno, tal como se puede ver en la Figura 1.

Figura 1: Esquema de capitalización de interés compuesto continuo



Fuente: Pérez, Cortes y Villanueva (2006).

Sin embargo, como ya se ha señalado, cuando la inversión se realiza en un mercado bursátil, resulta más realista considerar que la tasa de crecimiento de la inversión contiene riesgo e incertidumbre y que como consecuencia de ello el inversionista puede obtener ganancias o pérdidas, razón por la cual resulta fundamental poder prever sus probabilidades de ocurrencia (Melo y Becerra, 2005). De Lara Haro (2008), reafirma esta visión al plantear que la estructura de los rendimientos de los activos financieros no está constituida sólo por un componente determinístico sino también por un componente estocástico, que



contiene un ruido blanco o choque aleatorio, que es en ultimas el que define la obtención de ganancias o pérdidas en una transacción.

No obstante los cambios planteados anteriormente, como consecuencia de escenarios de riesgo e incertidumbre, es preciso anotar que el proceso Wiener-Gauss puede ser extendido al uso de los activos financieros a través del siguiente modelo general (Hull, 1997; citado por Flores, 2012):

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (1)^2$$

A partir de este nuevo esquema, puede establecerse que el cambio de los precios de los activos financieros obedece a un concepto de rentabilidad esperada por el diferencial de tiempo transcurrido más un factor de volatilidad de carácter aleatorio o estocástico (Ibid).

Ahora bien, según Pérez y Otros (2006) una variable x sigue un proceso de Ito si puede ser expresada mediante la ecuación:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (2)$$

Donde dz sigue un proceso Wiener, siendo a y b funciones de x y t . Por su parte, aplicando el Lemma de Ito se demuestra que una función G de x y t sigue igualmente un proceso Wiener. Dado que dz sigue el mismo proceso Wiener de la ecuación (2), entonces G también sigue un proceso Ito. Así, empleando el Lemma de Ito en la ecuación (1) y si $a = \mu S$ y $b = \sigma S$, se puede observar el proceso seguido por una función G de S y t :

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 dz \right) \quad (3)$$

Luego siguiendo a Hull (1997), si $G = \ln S$ y dado que m y s son constantes, entonces como $G_t = \ln S_t$ y $G_{t-1} = \ln S_{t-1}$, se tiene:

$$dG = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \quad (4)$$

² Donde S : precio del activo financiero; dS : cambio en los precios del activo financiero S , μ : rentabilidad esperada del activo financiero S , dt : cambio en la variable tiempo, σ : volatilidad del activo financiero S , ε : variable aleatoria, se distribuye $N(0,1)$, y $dz: \varepsilon \sqrt{dt}$

En consecuencia, de la ecuación (4), es posible establecer que:

$$\ln \left[\frac{S_t}{S_{t-1}} \right] \sim N \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt, \sigma dz \right] \quad (5)$$

Del planteamiento anterior se puede desprender que los valores del activo financiero S se distribuyen en forma log-normal y el cambio en los valores del activo S , vale decir la rentabilidad $\ln (S_t / S_{t-1})$, se distribuye normalmente.

Precisamente en el marco de los conceptos, teorías y demás referentes antes planteados, se han desarrollado diversos estudios sobre pronósticos de valores futuros de activos financieros, teniendo como insumo el comportamiento pasado de estos, utilizando herramientas estadísticas con las que han obtenido resultados muy útiles en la mayoría de los casos. A continuación, sin el ánimo de ser exhaustivos se relacionaran algunas investigaciones. Lambertson (1996), por ejemplo, identificó que el volumen de negociación de estos activos financieros es tan importante, que se han desarrollado diferentes modelos matemáticos con el fin de poder predecir el valor que puede tomar una acción en el futuro. Aclaró además, que estos valores están influenciados, por variables económicas, sociales y políticas, que resulta más razonable establecer el valor que pueda tener la acción en un instante determinado, no como una magnitud determinística, sino, como una variable aleatoria, siendo entonces más adecuado considerar la trayectoria temporal del valor de la acción como la realización de un proceso estocástico.

Por su parte Cortes, Debón y Moreno (2007), predijeron exitosamente el valor de la acción del banco Sadabell, utilizando como herramienta el modelo log-normal y el método de simulación de Monte-Carlo, realizando un análisis mediante pruebas de bondad de ajuste y análisis gráfico. De la misma manera, Navarro (2012) replicó el índice bursátil IBEX35 con la utilización de un número reducido de títulos, los cuales permitieron realizar predicciones y construir carteras de inversión basadas en este índice. Dentro de las distintas metodologías aplicadas se empleó el modelo Log-normal y la simulación de Monte-Carlo para el pronóstico y análisis de medidas de bondad de ajustes para series temporales, primordiales para aceptar el modelo como válido.

El comportamiento de las acciones en el contexto colombiana ha sido analizado con diferentes métodos y desde distintos grupos de acciones. Es así como Cruz, Medina y Zapata (2010) analizaron el comportamiento de los valores del IGBC durante el 2009, utilizando el método de caminata aleatoria, determinando que



el índice tiene una marcada tendencia al alza y su componente aleatorio o ruido blanco es poco significativo visto en su representación gráfica.

A su vez, uno de los métodos también empleados por los expertos para pronosticar el comportamiento de activos financieros son las Redes Neuronales (RN), Arrieta, Torres & Velásquez, (2009) utilizaron este método para el pronóstico del comportamiento de la acción de Suramericana de Inversiones S.A, encontrándolos también apropiados para pronosticar el precio de este tipo de activos permitiendo conclusiones tan útiles como los modelos econométricos. Singh y Bhatt (2010), también comparan dos métodos, uno de RN y otro estadístico, para pronosticar los precios diarios de las acciones y demuestran que la habilidad de las técnicas estadísticas para hacer pronósticos se reduce a medida que las series se hacen más complejas. Por lo tanto, comparando los resultados que ambos métodos arrojaron, las RN con suficientes datos, arquitectura apropiada y buena elaboración elaboradas, son mucho mejor a la hora de predecir los precios diarios de las acciones.

Aghababaeyan, Siddiqui, & Ahmadkhan (2011) utilizaron la metodología de minería de datos en un estudio cuyo propósito era predecir siete principales índices del mercado accionario de Irán (Teherán Stock Exchange). Para ello, probaron y compararon los resultados de dos algoritmos de aprendizaje. Como resultado obtuvieron que el algoritmo Neural Network Standard feed-forward back prop (FFB) que tiene una mayor precisión de predicción que la Regresión Lineal. Akintola et. al (2011), utilizaron como caso de estudio los precios de las acciones del Banco Intercontinental de Nigeria, en un período de un año y tres meses, concluyeron que, aunque se necesitaron más datos, las RN son un buen método para pronosticar precios de las acciones. Villada, Muñoz y García (2012) también con base en RN analizaron las necesidades de un swing trader operando en la Bolsa de Valores de Colombia con un horizonte de pronóstico de un mes (para el caso de las acciones de Ecopetrol y preferencial Bancolombia) demostrando que con modelos sencillos se obtiene un nivel bajo de errores en el pronóstico teniendo una alta aplicabilidad en mercados pequeños como el colombiano.

Carmona y Criollo (2015) utilizan el método de modelos de múltiples factores para caracterizar los posibles fuentes de riesgo que pueden influir en las variaciones de los rendimientos de las acciones que se cotizan en el IGBC, en el que considera que para valorar las acciones factores importantes son el mercado y el tamaño de las empresas y definen como desventaja la falta de información histórica de precios para poder estimar los modelos.





Talarposhti, et al. (2015) proponen un método híbrido basado en “exponential fuzzy time series and learning automata based optimization” para pronósticos del mercado accionario. El resultado es que este método es superior a los métodos clásicos de series de tiempo y los modelos de series de tiempo difusos en cuanto a precisión. Uno de ellos es el propuesto por Lahmiri (2016) en el que propone un modelo híbrido cuyos resultados tomados a partir de experimentos con un set de seis acciones mostraron la superioridad en la capacidad de predicción del modelo híbrido sobre la base predictiva del modelo. En el otro se toma el modelo ANFIS centrado en torno a EMD para predecir los precios de las acciones en el Taiwan Stock Exchange Capitalization Weighted Stock Index (TAIEX) y Hang Seng Stock Index (HSI). Para medir el desempeño del modelo en cuanto a su capacidad de predicción, este fue comparado con el modelo Chen, el Yu, el modelo autoregresivo (AR), el modelo ANFIS y el modelo SVR. Los resultados mostraron que, teniendo en cuenta el error cuadrático medio, el modelo propuesto es superior a los otros (Wei, 2016).

Metodología

Para lograr el objetivo propuesto en esta investigación, que implica la predicción de los valores de las acciones de las empresas objeto de estudio, se procedió de acuerdo a los siguientes ocho pasos:

Paso 1: Obtención y organización de datos. Se tomaron, de la página web de la Bolsa de Valores de Colombia (www.bvc.com.co), los precios de cierre diario de las acciones del Grupo Éxito, Ecopetrol e Isagen, en el periodo de tiempo comprendido entre el 1º de Marzo y 29 de Abril de 2016³. Seguidamente se procedió a organizar las series, teniendo en cuenta que en los días festivos el mercado accionario colombiano no opera, razón por lo cual fue necesario agregar en esos días de inactividad los precios de cierre del día de operación inmediatamente anterior.

Paso 2: Formación de las series de datos. Con los precios de las acciones obtenidos en el paso anterior, se calcularon los rendimientos diarios de las series de cada empresa estudiada mediante la diferencia obtenida entre los logaritmos neperianos de los precios actuales y los precios del día inmediatamente anterior, utilizando la siguiente fórmula (De Lara Haro, 2008):

³ Se utilizó este período porque se consideró un rango histórico suficiente para la conformación de precios de los activos financieros bajo la perspectiva teórica escogida.

$$R_1 = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$$

Cabe destacar que los rendimientos diarios encontrados para las series de cada uno de las organizaciones analizadas, se convirtieron en la fuente básica de los pasos a realizarse seguidamente.



Paso 3: Calibración del Modelo. A partir de los rendimientos obtenidos, se calcularon las medias (μ) y la varianzas (S^2) muestrales de cada una de las series estudiadas.

Sin embargo, debido a que se trabajó con el método de los momentos, que supone igualar la media y la varianza⁴ de las k variables aleatorias a la media muestral \bar{U} y a la quasi-varianza muestral S^2 , se hizo necesario obtener medias (\hat{U}) y varianzas ($\hat{\sigma}$) paramétricas para el modelo. Esto se logró mediante el uso del siguiente sistema de ecuaciones algebraico (Cortes y otros, 2007):

$$\bar{U} = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t, \quad S^2 = \sigma^2 \Delta t \quad (8)$$

Cuya solución finalmente arrojó las estimaciones deseadas:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\Delta t} \left(\bar{U} + \frac{S^2}{2} \right), \quad \hat{\sigma} = \frac{S}{\sqrt{\Delta t}} \quad (9)$$

Cabe anotar que para la calibración del modelo, se asumió un $\Delta t = 1/252$, dado que como dice De Lara Haro (2011), “un año consta de 252 días de operación en el mercado, aproximadamente” (Pág 61).



Paso 4: Simulación de Montecarlo y del Movimiento Browniano.

Se simularon valores de Z como variables aleatorias tipo $Z \sim N(0; 1)$, generando números de una distribución uniforme (0,1). Posteriormente, a esos números generados, se les aplicó la inversa de la función de la distribución de una variable aleatoria $N(0,1)$, (Cortes, 2007). Lo anterior, arrojó unos datos que se homologaron con el comportamiento diario fluctuante que sufrirían las acciones en el mercado bursátil, los cuales además actuaron como un factor estocástico en la ecuación por medio de la cual se hicieron las predicciones. En



⁴ Esto es: $\bar{U} = \sum_{j=1}^k U_j$, $S^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^k (U_j - \bar{U})^2$

suma, se simularon mil fluctuaciones para cada día proyectado de las series de cada organización en estudio.

Paso 5: Predicción. Luego de haber simulado mil choques estocásticos para cada día de interacciones de las acciones de Grupo Éxito, Ecopetrol e Isagen, se calcularon las mil predicciones puntuales diarias basadas en un proceso Browniano tipo Markov, mediante la fórmula 5. A esas mil predicciones, se les halló el valor promedio o media aritmética y dicho valor fue utilizado como predicción puntual para estimar el precio que alcanzaron las acciones estudiadas en los días proyectados para cada uno de las empresas en referencia.



Paso 6: Predicción por intervalos. Además de la predicción puntual, también se realizó una predicción por intervalos de los precios de las acciones en referencia, con la finalidad de gozar de cierto margen de tolerancia válido y útil para las estimaciones. El esquema se parametrizó para obtener a partir de los percentiles un intervalo de confianza al 95%, $IC = [p_{0,025}, p_{0,975}]$. Dichos intervalos, se calcularon tomando como base la estimación puntual (media) y dos veces el valor de la desviación típica obtenida para el valor correspondiente. De esta manera, al sumarle a la predicción puntual la variabilidad se obtuvo el límite superior del intervalo y al restársela se obtuvo el límite inferior (Cortes y otros, 2007). Los cálculos de los intervalos de confianza para la estimación se obtuvieron mediante el siguiente esquema (Pérez y otros, 2016):

$$E[S(t)] \pm 1.96 * S \quad (5)$$

Paso 7: Medidas de Bondad de Ajuste. Finalmente se procedió a calcular las medidas de bondad de ajuste, que son unas medidas de las diferencias entre los valores pronosticados por un modelo y los valores realmente observados. Las medidas utilizadas son las siguientes (Moreno, 2012):

• **Error Cuadrático Medio**

$$MSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^K (S_i - \hat{S})^2}{k}}$$

• **Error Porcentual Absoluto Medio**

$$MAPE = \frac{\sum_{i=0}^k |S_i - \hat{S}_i|}{S_i} \times 100$$

Paso 8: Graficación. Con base en todos los pasos anteriores, se procedió a graficar los resultados obtenidos en la investigación. Para tal efecto, se hizo un comparativo respecto al precio real de cada una de las acciones y el precio proyectado a partir de las estimaciones realizadas. De igual manera, se graficaron los intervalos de confianza a partir de los límites superiores e inferiores calculados, lo que permitió además identificar si las predicciones puntuales quedaron dentro de dicho rango.

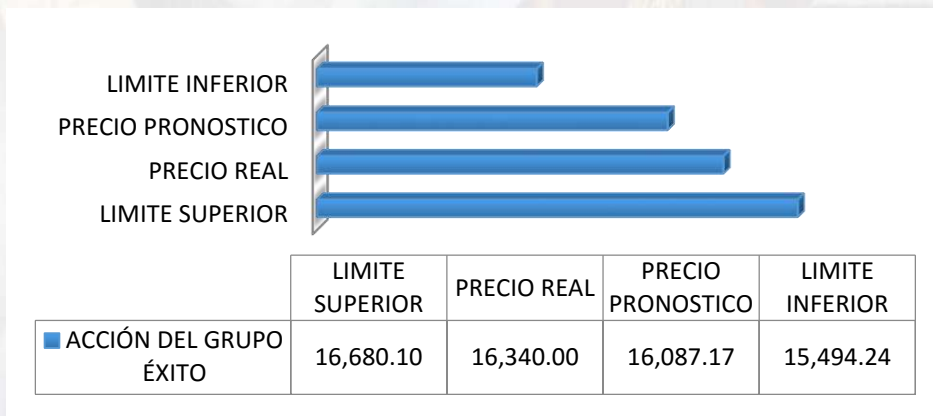


Resultados

Aplicada la metodología anteriormente relacionada y alcanzado el objetivo trazado en esta investigación, se procedió a proyectar los resultados obtenidos para cada una de las empresas referentes, así:

Grafico N° 1

Comparación del Pronostico, Valor Real y Limites Superior e Inferior de la acción del grupo Éxito.

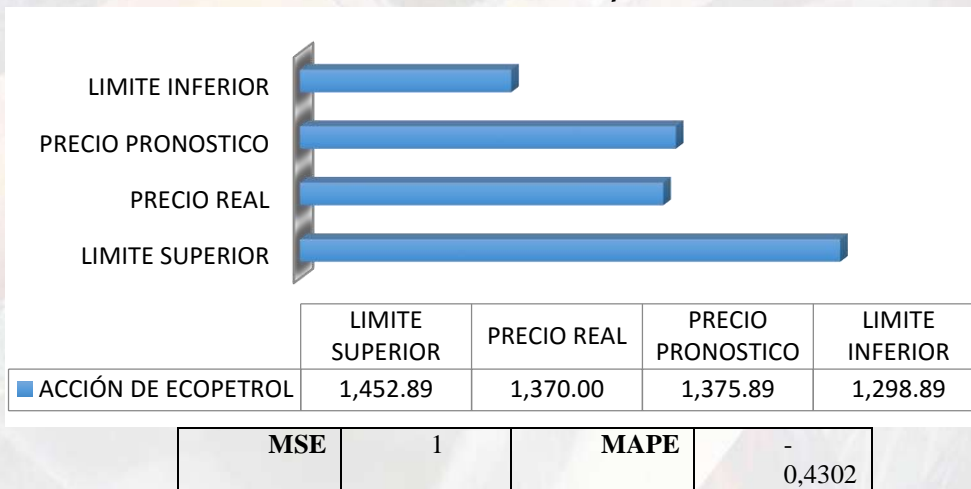


MSE	45,9	MAPE	1,6388
------------	------	-------------	--------

Fuente: Autores a partir de los valores tomados de la página web de la BVC. Se observa que la acción del grupo éxito genera un pronóstico valido para la toma de decisiones, se evidencia que el precio pronosticado y el precio real se encuentra dentro de los límites inferior y superior, así mismo se muestra unos resultados de las pruebas de bondad de ajuste que aunque un poco dispersas en el caso del MSE, permiten observar que el modelo de pronóstico es aceptable para la toma de decisiones, tenemos un MAPE con valor de 1,6388, que a criterio de los investigadores y analizando la evidencia empirica es un valor que se encuentra dentro de los límites de aceptables, teniendo en cuenta que la variación del valor real respecto al precio pronosticado es baja.



Grafico N° 2
Comparación del Pronóstico, Valor Real y Límites Superior e Inferior de la acción de Ecopetrol.



Fuente: Autores a partir de los valores tomados de la página web de la BVC.

Esta acción se caracteriza por estar en uno de los sectores más volátiles de la economía mundial, de los activos estudiados es la acción que más volatilidad presenta, arrojando a unos valores del MSE bastante bajos y un MAPE que se encuentra por debajo de los límites establecidos, lo que se traduce en una certidumbre en el pronóstico, permitiendo observar un modelo eficiente, que da muestras que este es aplicable a los activos volátiles del mercado, simulando de manera acertada el comportamiento de su volatilidad o factor estocástico. A continuación se muestra la acción de Isagen.



Grafico N° 3
Comparación del Pronóstico, Valor Real y Limites Superior e Inferior de la acción de Isagen



	LIMITE SUPERIOR	PRECIO REAL	PRECIO PRONOSTICO	LIMITE INFERIOR
■ ACCIÓN DE ISAGEN	4,127.95	4,105.00	4,107.71	4,087.48

MSE	0,5	MAPE	-0,066
-----	-----	------	--------

Fuente: Autores a partir de los valores tomados de la página web de la BVC.

Este activo presenta una baja volatilidad en el tiempo estudiado y presento un MSE (0,5), lo que se traduce en una baja dispersión del valor real y el valor pronosticado, así mismo arroja un MAPE (-0,066) que a consideración de los autores es aceptable, permitiendo observar la poca incertidumbre en el modelo aplicado, se muestra que todos los valores pronosticados y los valores reales se encuentran dentro de los limites inferiores y superiores, denotando muy buen desarrollo de los parámetros y validando de esta manera la capacidad predictiva del modelo.

Conclusiones

Teniendo en cuenta los resultados de los activos objeto de estudio, se concluye que si se pueden realizar pronósticos de activos financieros bajo el esquema del modelo Estocástico Wiener Gauss, utilizando las series diarias de los activos en referencia.

En los gráficos 1,2 y 3, se muestra como los intervalos de confianza obtenidos a partir del modelo Estocástico Wiener Gauss, recogen la dinámica de los

activos objetos de estudio, situación que se confirma con los valores arrojados por las medidas de bondad de ajustes utilizadas en la investigación.

Se observa, as u vez, que el MSE y el MAPE se encuentran dentro de los límites aceptados, por lo que se comprueba la confiabilidad del modelo.



La acción del grupo éxito genera un pronóstico valido para la toma de decisiones más certera, sin embargo comparado con los otros activos pronosticados, es la que tiene mayor dispersión. Cabe anotar, que aunque es un activo que en las fechas estudiadas presenta una volatilidad medida por su desviación estándar de 0,0186753, mayor a la del activo de ISAGEN, pero menor al activo de Ecopetrol. Su pronóstico no es el mejor, pero es válido, dejando en evidencia que este modelo si es posible desarrollarlo y generar pronósticos certeros en todos los activos del mercado bursátil, sin importar su volatilidad, lo anterior validando la teoría planteada, en lo referente a que no es necesario conocer su pasado para predecir su futuro.

La acción de Ecopetrol, entre los activos estudiados es la acción que más volatilidad presenta. Sin embargo arroja unos valores de MSE y MAPE muy inferiores a la acción del grupo éxito pero mayor a los valores de Isagen, presentando un valor pronosticado muy acertado, que da muestras que este modelo es aplicable a los activos volátiles del mercado, simulando de manera eficiente el comportamiento de su volatilidad o factor estocástico.

Finalmente, es preciso concluir que este modelo ayuda a la toma de decisiones, por lo que se recomienda su utilización para inducir a la compra de estos activos en el mercado bursátil colombiano, no obstante si se quiere tener pronósticos de largo y mediano plazo es necesaria la aplicación de otros modelos, tales como el de la máxima verosimilitud y el no paramétricos.

Bibliografía

Aghababaeyan, R., Siddiqui, T., & Ahmadkhan, N. (2011). Forecasting the Tehran Stock Market by Artificial Neural Network . 13-17.

Andersen, T., Chung, H.-J., & Sorensen, B. (1998). Efficient method of moments estimation of a stochastic volatility model: A Monte Carlo study. *Journal Of Econometrics*, pp. 61-87. Disponible en: <http://www.uh.edu/~bsorensen/Emmpublished.pdf>.



Anderson, D., Sweeney, D., & Williams, T. (2008). *Estadísticas para Administración y Economía. Decima Edición*. México D.F: Cengage Learning.

Arrieta, J., Torres, J., & Velásquez, H. (2009). Predicciones de Modelos Econométricos y Redes Neuronales: El Caso de la Acción de SURAMINV. *Semestre Económico*, volumen 12, No. 25, pp. 95-109 -ISSN 0120-6346- julio-diciembre. Disponible en: <http://revistas.udem.edu.co/index.php/economico/article/view/277>.



Boletín 63 Mercado de Capitales, Universidad EAFIT <http://www.eafit.edu.co/escuelas/administracion/consultorio-contable/Documents/Boletin%2063%20Mercado%20de%20capitales.pdf>.

Bachelier, L. (1900), "Théorie de la Spéculation" *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure Sér.*, 3(17), 21–86.

Bolsa de Valores de Colombia. (30 de julio de 2015). <https://www.bvc.com.co>. Recuperado el 30 de julio de 2015, de <https://www.bvc.com.co>: <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/acciones?action=dummy>

Butoi, A., & Nemes, M. (2013). Data Mining on Romanian Stock Market Using Neural Networks for Price. *Informatica Economica*, 17(3), 125-136.

Carmona, D., & Criollo, C. (2015). Determinantes de riesgo en la valoración de acciones en el mercado colombiano: modelo multifactorial comparativo. *Cuadernos de Administración*, Vol. 31 N° 53. pp. 68-84. Disponible en: <http://cuadernosdeadministracion.univalle.edu.co/index.php/cuadernosadmin/article/view/2879>.

Cortés, J., Debón, A., & Moreno, C. (2007). Aplicación del Modelo Log-normal para la Predicción de activos del Banco de Sabadell. *XVI Jornadas ASEPUMA. IV Encuentro Internacional* (pág. 11). Valencia: Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en: <http://metodos.upct.es/asepuma/comunicaciones/completas/203.pdf>.

Cruz, E., Medina, P., & Zapata, C. (2010). Comportamiento del Precio de las Acciones un Enfoque de la Caminata Aleatoria. *Scientia et Technica*, Año XVI, No 44, pp. 84-89. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84917316015>.



De Arce, R. (2004). 20 años de modelos ARCH: una visión de conjunto de las distintas variantes de la familia. *Estudios de economía aplicada*, Vol. 22(Num. 1), ISSN 1697-5731.

Delfiner, M. (2002). *Comportamiento de los Precios de las Acciones en el Mercado Bursatil Argetino (Un Estudio Comparativo)*. Recuperado el 15 de Agosto de 2015, de <http://www.ucema.edu.ar/publicaciones/download/documentos/215.pdf>:



Fama, E. (1965), "The behavior of stock market prices". *Journal of Business*. 38: 34-105.

Fería, J. (2005). *El Riesgo del Mercado su Medición y Control*. Madrid España: Delta Publicaciones Universitarias; Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=tTh7jxbSxVUC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbg_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false.

Gibson, G. (1889). *The Stock Exchanges of London Paris and New York*, G. P. Putnman & Sons, New York.

Hanke, J. (2006). *Pronósticos en los Negocios. Octava Edición*. México: Pearson Education. Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=WaiOrL8oct4C&pg=PR2&lpg=PR2&dq=Pron%C3%B3sticos+en+los+negocios.+Mexico:+C%C3%A1mara+Nacional+de+la+Industria+Editorial+Mexicana&source=bl&ots=YdfAx9fgS0&sig=37K2S7mY_v41bhNZAR0-WsA6gZ.

Hernández, S. (2009). Pronóstico y volatilidad del IPC de la bolsa mexicana de valores. 25-36. <https://core.ac.uk/download/files/153/6436970.pdf>.

Juez Martel, P., & Diez Vegas, F. J. (1997). *Probabilidad y Estadística en Medicina*. Madrid. España: Díaz de Santos S.A. Disponible en: https://books.google.com.co/books?id=J12IRXENQ88C&printsec=frontcover&hl=es&source=gbg_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false.

Lahmiri, S. (2016). Intraday stock price forecasting based on variational mode decomposition. *Journal of Computational Science*, 12, 23-27.

Llinas, H., & Rojas, C. (2009). *Estadística descriptiva y Distribuciones de Probabilidad*. Barranquilla Colombia: Ediciones Universidad del Norte.

Llinas, H., & Rojas, C. (2009). *Medidas de Dispersión o de Variabilidad*. Barranquilla. Colombia: Ediciones Universidad del Norte.

Maciel, L. S., & Ballini, R. (2010). Neural Networks Applied to Stock Market Forecasting: An Empirical Analysis. *Learning and Nonlinear Models*, 8, 3-22.



Marín, J., & Rubio, G. (2011). *Economía Financiera*. Madrid, España: Antoni Bosh. Disponible en: <https://books.google.com.co/books?id=tmZXGX40fZsC&printsec=frontcover&dq=economia+financiera&hl=es&sa=X&ved=0ahUKewjM5aiDjJfMAhWGWx4KHRZDCI4Q6AEIzAC#v=onepage&q&f=false>.

Mirzaei, F., Javedani, H., Enayatifar, R., Gadelha, F., Mahmud, M., & Eslami, T. (2015). Stock market forecasting by using a hybrid model of exponential fuzzy time series. *International Journal of Approximate Reasoning*, 70, 79-98.

Moreno, C. (2012). *Composición de la Cartera de Réplica Para la Predicción del Índice Bursátil Español IBEX 35*. Valencia. España: Facultad de Administración y Dirección de Empresas de la Universidad Politécnica de Valencia.

Muñoz, A., Ditta, E., & Duarte, H. (2012). Medición de la volatilidad del IGBC y la TRM utilizando las metodologías log-normal y montecarlo. *Clio América*, 6(12), 150-184.

Murphy, J. (2007). *Análisis Técnico de los Mercados Financieros*. Barcelona. España: Gestión 2000.

<http://www.dinero.com/negocios/articulo/por-importante-mercado-capitales/104433>. Entrevista a Ernesto Aguirre (2010). ¿Por qué es importante el mercado de capitales?

Parody, E., Charris, A. y García, R. (2013). Modelación de la volatilidad y pronóstico del índice general de la bolsa de valores de Colombia (IGBC).

Pedraja, L., Rodriguez, E. y Server, R. (2000), Modelo estocástico wiener gauss: una aplicación a la economía financiera en el mercado de capitales de España. *Revista facultad de ingeniería, U.T.A. (CHILE)*, VOL. 8, 2000

Osborne, M. (1959), "Brownian Motion in the Stock Market", *Operations Research* 7, 145-173.

Rodríguez, E., Pedraja, L. (2005). Modelo estocástico aplicado al proceso de formación de precios de índices bursátiles de España y Chile.

Revista Interciencia, vol. 30, núm. 2, febrero, 2005, pp. 67-72

Asociación Interciencia Caracas, Venezuela



Richardson, G., & Spiegelhalter, D. (1996). *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. Boca Ratón, Florida: Chapman & Hall.

Samuelson, P. (1965), "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly". *Industrial Management Review*. 6:41-50.

Servín, F. (2011). Estimación de la volatilidad de los precios de las acciones de la BMV mediante el modelo CARR. *Revista: Contaduría y Administración*, núm. 234, mayo-agosto, 2011, pp. 173-196. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=39518484009> ISSN 0186-1042.

Singh, K., & Kumar, A. (2010). An Analysis of the Performance of Artificial Neural Network Technique for Stock Market Forecasting. *International Journal on Computer Science and Engineering*, 2(6), 2104-2109.

Topa & Asociados. (2009). *Modelos de Calculo de Volatilidad*. Bogotá. Colombia: T&A. Disponible en: <http://www.tya.com.co//pdfs/GT12.pdf>.

Villada, F., Muñoz, N., & García, E. (2012). Aplicación de las Redes Neuronales al Pronóstico de Precios del Mercado de Valores. *Información Tecnológica*, Vol. 23(4), 11-20. doi: 10.4067/S0718-07642012000400003. Disponible en: http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-07642012000400003.

Wei, L.-Y. (2016). A hybrid ANFIS model based on empirical mode decomposition for stock time series forecasting. *Applied Soft Computing*.

