XVIII Congreso Internacional de Contaduría Administración e Informática

La selección del presupuesto de capital por medio de conjuntos difusos

Área de investigación: Finanzas

Mario Gutiérrez Lagunes
Unidad Académica Multidisciplinaria Zona Media
Universidad Autónoma de San Luis Potosí
México
mario.gtz.lagunes@uaslp.mx, mario.gtz.lagunes@gmail.com

Jorge Horacio González Ortíz
Unidad Académica Multidisciplinaria Zona Media
Universidad Autónoma de San Luis Potosí
México
jorgonzz@uaslp.mx

Ramón Gerardo Recio Reyes
Unidad Académica Multidisciplinaria Zona Media
Universidad Autónoma de San Luis Potosí
México
reciog@uaslp.mx

Octubre 2, 3 y 4 de 2013 ◆ Ciudad Universitaria ◆ México, D.F.

ANFECA
Asociación Nacional de Facultades y Escuelas de Contaduría y Administración

LA SELECCIÓN DEL PRESUPUESTO DE CAPITAL POR MEDIO DE CONJUNTOS DIFUSOS

Resumen

Se presenta una metodología para la selección del presupuesto de capital óptimo considerando la teoría de conjuntos difusos, como una alternativa de enfoques determinísticos o estocásticos y que representan el enfoque tradicional. Una solución es el racionamiento de capital, el cual es la limitación arbitraria del capital disponible para fines de inversión. Se formula el problema de presupuesto de capital en el contexto de la programación matemática difusa, específicamente lineal, como una generalización del caso convencional. Esta aproximación difusa representa una alternativa metodológica que simplifica en mucho la problemática de asignación de dinero a proyectos alternativos de inversión, que actualmente debido a la incertidumbre tan marcada en los mercados financieros resulta en ocasiones compleja la toma de decisiones.

Palabras clave. Presupuesto de capital, programación lineal, lógica difusa.

Abstract

Is presents a methodology for the selection of the optimal capital budget considering the theory of fuzzy sets, as an alternative to deterministic or stochastic approaches and that represent the view traditional. A solution is the rationing of capital, which is the arbitrary limitation of the available capital for investment purposes. Is establish the problem of capital budget in the context of the diffuse mathematical programming, linear specifically, as a generalization of the conventional case. This approach represents a diffuse methodological alternative simplifies the problem of allocation of money to alternative investment projects, which is currently due to the uncertainty as marked in the financial markets is sometimes complex decision-making.

Keywords. Capital budget, linear programming, fuzzy logic.

LA SELECCIÓN DEL PRESUPUESTO DE CAPITAL POR MEDIO DE CONJUNTOS DIFUSOS

Introducción

El objetivo principal de este artículo consiste en plantear los principales desafíos a los que se enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad empresarial y proponer la utilización de herramientas flexibles que auxilien a los empresarios en la toma de decisiones. Consideramos que nuestra aportación servirá a futuras líneas de investigación en el campo de la aplicación de algoritmos en la toma de decisiones a nivel empresarial.

En un primer apartado se presentan a la par los conceptos de la Teoría de los Grupos de Interés y la Teoría de Conjuntos Difusos, para aclarar los términos que serán utilizados en los planteamientos. Se considera en nuestro análisis la importancia de la gestión de los grupos de interés y los principales retos enfrentados por las empresas en los procesos de identificación, segmentación, priorización y diálogo con los grupos de interés. En un segundo apartado, se estudia a los Conjuntos Difusos para el entendimiento de la problemática que se está planteando, y la vinculación con la parte presupuestal del racionamiento del capital. Por otra parte, se plantea el problema a considerar bajo la aplicación de la lógica difusa mediante el enfoque de la programación matemática difusa. Finalmente, se muestran un ejemplo ilustrativo de aplicación de la lógica difusa en la toma de decisiones en las empresas a través de un estudio hipotético realizado para ver las facetas en la mejor elección.

Qué tan grande debe ser el presupuesto de capital de una empresa es un serio problema para el administrador financiero. Una solución factible, razonable, es el racionamiento de capital, que es la limitación de capital arbitraria de la cantidad de capital disponible para fines de inversión. Sin embargo, esta solución es contraria a la meta de la empresa, que es la maximización de la utilidad. Para maximizar la riqueza del accionista, la empresa debe aceptar todos los proyectos tales que el VPN (Valor Presente Neto) sea positivo. Un proyecto con VPN positivo implica que cubrirá el costo del financiamiento (costo de capital promedio ponderado, CCPP). Esto es, se liquida sí mismo, de modo que no debe haber problema en captar los fondos requeridos para hacer la inversión. No importa cuánto deba captarse, siempre y cuando estos proyectos tengan VPN positivo, así, una empresa debe continuar invirtiendo hasta que el costo de invertir exceda los beneficios a ganar. El CCPP aumenta cuando se incrementa la cantidad de capital a ser captado. Uno de los objetivos que se persigue es el de proporcionar al lector un punto de partida sobre el modelado bajo incertidumbre en este ámbito.

Teoría de grupos de interés y Teoría de Conjuntos Difusos

Galbraith (1973) define incertidumbre como la diferencia entre la cantidad de información requerida para ejecutar una tarea y la información que realmente se dispone. La incertidumbre tradicionalmente ha sido tratada empleando técnicas estocásticas basadas en distribuciones de probabilidad derivadas del análisis de casos pasados. Sin embargo, en el entorno actual dinámico, competitivo y global la recopilación de estadísticas (requerida por los modelos estocásticos) puede resultar cada vez menos fiable (Blackburn, 1991; Giannoccaro et al., 2003).

Asimismo, la empresa es una acción colectiva organizada de forma jerarquizada que coordina y combina (asigna) recursos internamente, con el objeto de alcanzar unos determinados objetivos (Ross et. al., 2003). La función financiera se ocupa de asignar los recursos (escasos) entre las diferentes áreas funcionales mediante proyectos de Inversión.

En este contexto, la Teoría de los Conjuntos Difusos (Zadeh, 1965; 1978) emerge como alternativa viable para la gestión de la incertidumbre. Esta teoría se emplea para construir sistemas que son difíciles de definir con precisión, intentando manejar la vaguedad, imprecisión y la no especificidad inherente en la formulación humana de preferencias, restricciones y objetivos, sin la necesidad de la recopilación de estadísticas. Por esta razón, puede representar una herramienta atractiva de apoyo a la investigación en el desarrollo de modelos para la presupuestación del capital, especialmente, cuando la dinámica del entorno limita la especificación de objetivos, restricciones y parámetros. Finalmente, esta teoría ha sido ampliamente utilizada y aplicada exitosamente en muchas áreas diferentes (Sahinidis, 2004). Consideramos que nuestra aportación servirá de soporte a futuras líneas de investigación en el campo de la aplicación de algoritmos a la presupuestación de capital, que a su vez abre un abanico de líneas de interés en puntos muy específicos para futuras investigaciones.

La Teoría de los Grupos de Interés dice que la capacidad de una empresa para generar una riqueza sostenible a lo largo del tiempo y, con ello, su valor a largo plazo, viene determinada por sus relaciones con sus grupos de interés (Freeman, 1984). Dicho autor, afirma que el grupo de interés de una empresa es cualquier grupo o individuo que puede afectar o es afectado por el logro de los objetivos de la organización. A partir de Freeman, otros autores han dado énfasis principal en el concepto de los grupos de interés (Alkhafaji, 1989; Carroll, 1989; Brummer, 1991; Clarkson, 1991; Goodpaster, 1991; Hill y Jones, 1992; Wood, 1991; Donaldson y Preston, 1995; Mitchell, Agle y Wood, 1997; Post, Preston y Sachs, 2002; Rodríguez, Ricart y Sánchez, 2002; Aguilera y Jackson, 2003; Hart y Sharma, 2004).

Otras acepciones de grupos de interés, son las siguientes: los grupos de interés de una empresa son los individuos y colectivos que contribuyen, voluntaria o involuntariamente, a su capacidad y sus actividades de creación de riqueza y que, por lo tanto, son sus potenciales beneficiarios y/o portadores del riesgo (Post et al., 2002). En (Olcese et al., 2008), la empresa se define como una organización socioeconómica formada para crear riqueza para los múltiples colectivos que la componen.

Por tanto, la participación constructiva de las partes interesadas, las empresas pueden aumentar la confianza externa en sus intenciones y actividades, ayudando a mejorar la reputación corporativa y catalizar la difusión de prácticas más sostenibles en el sistema de empresa en general (Elkington, 1998). Estos grupos de interés pueden abarcar una amplia variedad de actores, tales como: accionistas, empleados, clientes, comunidades locales, administración pública, gobierno, proveedores, entre otros.

La Teoría de los Grupos de Interés predice que la sostenibilidad debe tener un impacto positivo sobre los resultados financieros porque las empresas se benefician de "abordar y equilibrar las reivindicaciones" de los múltiples grupos de interesados clave (Freeman y Evan, 1990). Así también, "el constante fracaso para abordar las preocupaciones y las expectativas de los grupos, en última instancia, reduce la confianza de los inversores en acciones de la empresa, que afectan a su coste de financiación (coste medio ponderado del capital) y, por tanto, las oportunidades de lucro".

Los grupos e individuos afectados y que impactan a las empresas dependen de varios factores, como los relacionados con la industria, la empresa, la ubicación geográfica y los factores inherentes a su actividad económica. Las nuevas estrategias de negocio y los cambios contextuales en general establecen un nuevo conjunto de grupos de interés. Por tanto, la empresa vive el cambio continuo de estar al día y tener un buen conocimiento de todos los actores con influencia en su esfera de actividad.

En la literatura existen diferentes métodos utilizados en la identificación de los grupos de interés ya sea, a partir de la relación atributos de poder, legitimidad y urgencia (Mitchell, Agle y Wood, 1997) o, mediante la evaluación de la dependencia de recursos de la empresa por las partes interesadas (Frooman 1999; Jawahar y Mclaughlin, 2001).

Los métodos de presupuestación de capital, para la selección y administración de presupuestos se aplican ampliamente no sólo en el sector privado y gobierno sino también en el sector social. Actualmente la dinámica financiera es tan cambiante que un enfoque determinístico e inclusive uno estocástico puede resultar poco realista, es por esto que se empiezan a utilizar otros enfoques, por ejemplo los procedimientos de presupuestación usando datos y lógica difusa.

Conjuntos Difusos (Borrosos)

El profesor Lotfi A. Zadeh (1965) introdujo el concepto de conjunto borroso permitiendo la pertenencia de un elemento a un conjunto de forma gradual, y no de manera absoluta como establece la teoría de conjuntos clásica, es decir, admitiendo pertenencias valoradas en el intervalo [0,1] en lugar del conjunto {0,1}. Las aplicaciones y desarrollos basados en este sencillo concepto han evolucionado de tal modo que, actualmente, es prácticamente imposible calcular el volumen de negocio que generan en todo el mundo, pudiendo encontrar productos cuyo funcionamiento está directamente basado en dicho concepto desde los más usuales electrodomésticos (lavadoras, microondas, cámaras fotográficas, hasta los más sofisticados sistemas, frenado de trenes, control de hornos, navegación, entre otros).

La necesidad de encontrar la solución óptima, o la mejor solución entre las disponibles, en un problema correctamente planteado es por lo que se estudian las teorías, y se proponen metodologías adecuadas al campo científico en el que surge la cuestión que se ha de resolver. Desde un punto de vista más concreto, pero muy general, una importante clase de problemas son los conocidos con el nombre de problemas de optimización, habitualmente asociados a tener que encontrar el máximo, o el mínimo, valor que una determinada función puede alcanzar en un cierto conjunto previamente especificado. Todo lo relativo a estos problemas se enmarca dentro del cuerpo doctrinal denominado Programación Matemática, que incluye una enorme variedad de situaciones, según que se consideren casos lineales, no lineales, aleatoriedad, un solo decisor o varios decisores, etc.

Entre todos los modelos que se incluyen en la Programación Matemática, el más y mejor estudiado, así como el que ha probado tener unas repercusiones prácticas más importantes, es el correspondiente al caso lineal uni-objetivo, tema del que se ocupa la Programación Lineal. Es justamente por ese motivo, junto con la mencionada eficiencia y elegancia que los caracteriza, por lo que son fácilmente adaptables a nuevos contextos tecnológicos, lo que impulsa a su vez el que sean protagonistas en los más recientes desarrollos científicos, como es el caso de la Teoría de Decisiones.

Esto significa que los modelos de Programación Lineal que vayamos a usar en esas condiciones no van a poder ser, en general, los conocidos y bien desarrollados hasta ahora, porque van a tener que ser redefinidos para adecuarlos a ese nuevo contexto.

Es de sobra conocido que habitualmente el planteamiento de un problema real se hace en términos que, siendo perfectamente comprensibles, son difícilmente representables de forma eficaz: “el costo del transporte será de unos 20 pesos…”, “el beneficio es de un 30%”, etc.

Cuando hemos de manejar datos de esa naturaleza, que obviamente no tiene porqué ser probabilística, generalmente se actúa forzando los datos a tomar aquellos valores que entendemos son los más representativos de los verdaderos, por ejemplo 20 pesos y 30%, planteando de esta manera problemas que podríamos denominar deformados, y que pueden llevarnos a obtener soluciones que, siendo óptimos para el problema planteado, están muy alejadas de la verdadera solución que correspondería al problema original, si este se hubiera planteado sobre sus auténticos valores, que podrían haber sido, digamos de 23 pesos y 28.5%, respectivamente.

Es por todo esto que en el contexto de la Teoría de Decisiones, entre otras disciplinas, la representación adecuada de la información es una tarea primordial, como garantía de corrección de las soluciones que se persiguen y porque, además, según la versión que adoptemos de imprecisión, podemos encontrarnos con diferentes conceptos de óptimo y, por tanto, de optimización.

En todo lo que sigue, por imprecisión entenderemos lo que habitualmente se conoce por borrosidad (fuzziness), es decir, esa vaguedad lingüística que tiene perfecto sentido para los seres humanos, a pesar de la falta de información exacta que muestren (”no sé qué edad tiene, pero es joven”, “esa persona es muy rica”,…). Extraemos objetos de la realidad como conceptos lingüísticamente etiquetados en el dominio referencial que se considere, reflejando la borrosidad de cualquier etiqueta lingüística cierta distancia entre los objetos etiquetados y algún punto referencial, que en cada caso depende del contexto.

En este marco, y desde un punto de vista mucho más concreto, en general un problema de Programación Lineal (PPL) se formula como

$$\text{Max}\{Z=CX \mid AX\leq b, X\geq 0\}$$

siendo A una matriz de números reales de dimensión $m \times n$, b un vector de dimensión $mx1$, y C un vector de costos de $nx1$.

Sobre este planteamiento podemos suponer, a tenor de lo comentado con anterioridad, que el decisor se expresa, conoce o formula los datos del problema de forma imprecisa, pero perfectamente clara para él: ”el rendimiento será superior al del año pasado”, ”se trabajará un número elevado de horas”, ”el salario bruto es de unos tres millones”, etc. En este ambiente de optimización con tal tipo de datos, es en el que nace la Programación Lineal Borrosa (PLB).

Aunque la PLB tiene su antecedente teórico en 1970 en el magistral trabajo sobre Teoría de la Decisión de Bellman y Zadeh, ya clásico en la literatura científica, los problemas de PLB nacen formalmente en 1974, año en que separadamente en dos trabajos se propuso el mismo modelo para tratar los problemas de PL en los que el conjunto de restricciones estaba dado por un conjunto borroso.

El problema central en PLB consiste en resolver un problema de PL en el que el conjunto de restricciones es borrosa,

$$\begin{gathered} Max\ Z = CX \\ s.a \\ AX \leq fb \\ X \geq 0 \end{gathered}$$

es decir, donde se supone que el decisor puede aceptar violaciones moderadas sobre el cumplimiento de las restricciones, evaluándose el grado con que se efectúan estas violaciones mediante ciertas funciones de pertenencia, que el mismo decisor establece.

Con el fin de generalizar la pertenencia, se introduce la función característica μ_A, definida así:

$$\mu_A = E \rightarrow \{0,1\} / \begin{cases} \mu_A(x) = 1\ si\ x \epsilon A \\ \mu_A(x) = 0\ si\ x\ no\ \epsilon A \end{cases}$$

Aunque desde este planteamiento inicial, las líneas de trabajo que se han seguido en este tema han sido muchas: a) Extensiones del modelo anterior a problemas más complejos, b) Métodos de resolución de los diferentes problemas, c) Aplicaciones en dominios concretos (transporte, juegos, política hidráulica, agricultura, razonamiento a partir de conocimiento proposicional,…).

A continuación, pero dentro del contexto borroso, introducimos los problemas más típicos de Programación Lineal Borrosa, y sin profundizar en conceptos que puedan resultar triviales, se presentan las ideas más elementales relativas a conjuntos y números fuzzy.

Por ejemplo, si la temperatura se interpreta como una variable lingüística, el conjunto de valores que puede tomar podría ser {muy fría, fría, media, templada, cálida, calurosa}. Cada uno de estos términos está caracterizado por un conjunto borroso definido en el universo de discurso, digamos [-6ºC, 48ºC] de la variable temperatura.

Planteo del problema a considerar

Establecida la necesidad de privilegiar las aplicaciones de la matemática borrosa a la solución de problemas concretos que presentan las disciplinas contables y administrativas, veamos ahora, al tratamiento específico del trabajo.

La manera clásica de hacer presupuestación es considerar conjuntos de proyectos, los cuales consumirán los recursos puestos en juego durante cierto horizonte de planeación , los que a su vez generarán beneficios en dinero principalmente en el sector privado, y en el público estos beneficios pueden ser de bienestar o no tan tangibles como el rendimiento financiero.

En el contexto de la administración se consideran n proyectos de inversión, durante un horizonte de planeación de T periodos de tiempo, con b_j (j=1,2,…,n) representando el valor presente neto asociado al proyecto j-ésimo , y siendo Ct_j el costo del proyecto j durante el periodo t (t=1,2,…,T) con C_t pesos presupuestados para los proyectos durante el periodo t. En este contexto sea x_j la variable de decisión que asume el valor de 1 si el proyecto j-ésimo se acepta para llevarse al cabo y tomará el valor de 0 cuando el proyecto j-ésimo se rechace porque existen otros proyectos más ventajosos, en su competencia por los dineros presupuestados. Lo anterior se puede expresar en el contexto de la programación matemática como:

$$
\begin{aligned}
&Max\ Z = \sum_{j=1}^{n} b_j x_j \\
&s.a. \\
&\sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \le C_t,\ t = 1,2,\ldots\ldots,T \qquad \ldots(1) \\
&0 \le x_j \le 1 \\
&con\ x_j\ entera,\ j = 1,2,\ldots,n
\end{aligned}
$$

Resolviendo este problema de programación matemática obtenemos una presupuestación del capital óptima, en el sentido que nos genera el portafolio de proyectos que maximiza el VPN.

El enfoque anterior es válido cuando los costos de capital, los montos y los rendimientos en el tiempo, correspondientes a las actividades de los proyectos son determinísticos o cuando se conoce en buena medida las distribuciones de probabilidad en el tiempo de éstas. Sin embargo, ante situaciones financieras muy cambiantes y difíciles de pronosticar, están surgiendo metodologías que permiten superar esta problemática, uno de ellos es el enfoque de la lógica difusa. A continuación se presentan dos técnicas para la asignación de presupuestos a proyectos de inversión en el contexto difuso.

Enfoque de programación matemática difusa

Básicamente es extender las ideas ordinarias expuestas al caso difuso, en donde lo que busca no es el óptimo global Z, sino alcanzar un cierto nivel de aspiración (de rendimiento), en donde, supongamos que cada una de las restricciones se puede violar hasta cierta tolerancia de acuerdo a funciones de membresía asociadas con los techos presupuestales Ct ´s, y por último añadir como restricción que no se desembolsará más de C pesos durante el horizonte de planeación de T periodos.

El problema así planteado, queda formulado como:

$$\left.\begin{array}{l} Max\ \underset{\sim}{Z} = \sum_{j=1}^{n} b_j x_j \\ \text{s.a.} \\ \sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \underset{\sim}{\leq} C_t \quad, t = 1,\ldots,T \\ \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \leq \mathrm{C} \quad , \\ 0 \leq x_j \leq 1;\ con\ x_j\ entera,\ j = 1,\ldots,n \end{array}\right\} \quad \ldots(2)$$

Donde el símbolo ~, indica que los establecimientos correspondientes son borrosos.

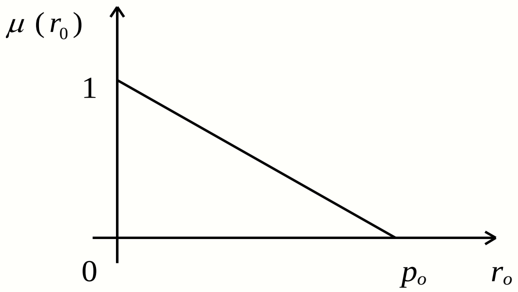
Mientras en (1) lo que se busca es encontrar la solución que optimice Z, en (2) se trata de encontrar la solución tal que Z sea cuando menos del orden de M_o de acuerdo a la función de membresía (2):

$$\mu(r_0) = \begin{cases} 1 - \dfrac{r_0}{p_0},\ si & \sum_{j=1}^{n} b_j x_j \geq M_0 - r_0, \quad r_0 \geq 0,\ r_0 \leq p_0 \\ 1, \quad si & \sum_{j=1}^{n} b_j x_j \geq M_0 \end{cases} \quad \ldots(3)$$

De forma similar, en (1) las soluciones del conjunto de restricciones se deben satisfacer estrictamente; mientras en el conjunto borroso de restricciones (2), el tomador de decisiones, está dispuesto a tolerar una violación de r_t (hasta $M_t > 0$) pesos, en la t-ésima restricción, de acuerdo a la siguiente función de membresía:

$$\mu(r_t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{r_t}{M_t},\ si & \sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \leq C_t + r_t,\ r_t \geq 0,\ r_t \leq M_t \\ 1 \quad ,\ si & \sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \leq C_t \end{cases} \quad t = 1,\ldots,T. \quad \ldots(4)$$

Gráficamente estas funciones de pertenencia son de la forma:



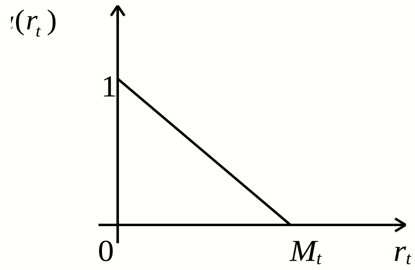


Fig. 1

Fig. 2

De (2), (3) y (4), y de la teoría de los conjuntos borrosos se puede establecer que:

$$\bigcup_{x} \bigcap_{t=0,\ldots,T} \mu(r_t) = \bigcup_{x} \underset{t=0,\ldots,T}{Min} \left\{ \mu\left(r_t\right) \right\}$$

$$= \underset{x}{Max} \left\{ \underset{t=0,\ldots,T}{Min} \left\{ \mu\ \left(r_t\right) \right\} \right\}$$

$$Sea\ \lambda\ = \underset{t=0,\ldots,T}{Min} \left\{ \mu\left(r_t\right) \right\}, entonces,$$

$$\lambda\ \leq 1 - \frac{r_0}{p_0}\ ,\ \ \sum b_j x_j \geq M_0 - r_0,\ \ r_0 \leq p_0\ ,\ r_0 \geq 0$$

$$\lambda\ \leq 1 - \frac{r_t}{M_t}\ ,\ \ \sum C_{tj} x_j \leq C_t + r_t,\ \ r_t \leq M_t,\ r_t \geq 0$$

Entonces (2) se puede formular como (5):

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ \lambda \\
&s.a. \\
&p_0\lambda\ +\ r_0 \le p_0 \\
&M_1\lambda + r_1 \le M_1 \\
&\qquad\vdots \\
&M_T\lambda + r_T \le M_T \\
&-\sum_{j=1}^{n} b_j x_j - r_0 \le -M_0 \\
&\sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j - r_t \le C_t, \quad t = 1,\dots,T \qquad\qquad ....(5) \\
&\sum_{t=1}^{T}\ \sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \le C \\
&r_0 \le p_0 \\
&r_1 \le M_1 \\
&\quad\vdots \\
&r_T \le M_T \\
&0 \le x_j \le 1 \\
&con\ x_j\ , entera\ \ j = 1,\dots,n \\
&\lambda\varepsilon\Re\ , r_t \ge,0\ \ t = 0,1,2,\dots,T
\end{aligned}
$$

que corresponde a un problema de programación lineal mixta, cuya solución puede encontrarse utilizando los algoritmos convencionales. El óptimo $(\lambda^o, x_1^o, \dots, x_n^o, r_0^o, \dots, r_T^o)$ tiene el siguiente significado:

λ^o = grado de membresía de la solución óptima, tomando en cuenta funciones de pertenencia del objetivo y restricciones.

x_j^0 es 0 cuando se rechaza el proyecto j-ésimo, y es 1 cuando se acepta.

r_o^o = El valor en que Mo se disminuye.

r_t^o = Cuánto se violó la t-ésima restricción, es decir, hasta cuánto se incrementó la cantidad Ct disponible para invertir en el período t.

Para concluir este apartado, se calcula $Z^o = \sum_{j=1}^{n} b_j x_j^0$.

La programación matemática borrosa da flexibilidad al tomador de decisiones, lo que redunda en concederle libertad para que incorpore sus preferencias o vaguedades en el modelo, cosa que no se logra utilizando enfoques convencionales. De hecho la programación difusa es una generalización de la clásica, hecho en el que se desprende que un conjunto difuso es la generalización de uno ordinario.

Aplicación

Considere el caso en el cual se tienen una cartera de 26 proyectos, con diferentes tiempos de duración. El objetivo es maximizar el VPN de la cartera de proyectos, cuyo costo total es de $15,000,000 con un presupuesto de capital dado, supongamos para este caso de $8,000,000. Se da también el VPN de cada proyecto. Aquí las variables de decisión corresponden a:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0 \text{ si el proyecto j del departamento i es rechazado.} \\ 1 \text{ si el proyecto j del departamento i es aceptado.} \end{cases}$$

Fig. 3

Tabla 1. Cartera de Proyectos a desarrollar

Proyecto	Costo	VPN	Incluye
A 1	237,005	84,334	0
B 2	766,496	26,881	0
C 3	304,049	23,162	0
D 4	565,178	82,598	0
E 5	108,990	20,590	0
F 6	350,000	90,404	0
G 7	795,664	18,163	0
H 8	814,493	97,682	0
I 9	480,321	100	0
J 10	826,610	52,063	0
K 11	734,830	56,323	0
L 12	910,598	200,000	0
M 13	978,621	1	0
N 14	185,000	99,560	0
O 15	763,400	93,297	0
P 16	456,700	94,344	0
Q 17	356,788	98,573	0
R 18	251,141	45,319	0
S 19	864,692	81,684	0
T 20	516,570	48,807	0
U 21	414,320	88,024	0
V 22	403,374	73,412	0
W 23	650,000	48,628	0
X 24	884,061	67,374	0
Y 25	500,230	47,612	0
Z 26	880,868	68,255	0
Total	15,000,000	1,707,190	0
Restricción	8,000,000		

Fuente: Elaboración propia.

Cuyo planteamiento como PPL, según el sistema de ecuaciones de (1):

$$
\begin{aligned}
&Max\ Z = \sum_{j=1}^{n} b_j x_j \\
&s.a. \\
&\sum_{j=1}^{n} C_{tj} x_j \leq C_t ,\ t = 1,2,.....,T \\
&0 \leq x_j \leq 1 \\
&con\ x_j\ entera,\ j = 1,2,\ldots,n
\end{aligned}
$$

Su solución es la siguiente:

Tabla 2. Solución de la Cartera de Proyectos

Proyecto	Costo	VPN	Incluye
A 1	237,005	84,334	1
B 2	766,496	26,881	0
C 3	304,049	23,162	0
D 4	565,178	82,598	1
E 5	108,990	20,590	1
F 6	350,000	90,404	1
G 7	795,664	18,163	0
H 8	814,493	97,682	1
I 9	480,321	100	0
J 10	826,610	52,063	0
K 11	734,830	56,323	1
L 12	910,598	200,000	1
M 13	978,621	1	0
N 14	185,000	99,560	1
O 15	763,400	93,297	1
P 16	456,700	94,344	1
Q 17	356,788	98,573	1
R 18	251,141	45,319	1
S 19	864,692	81,684	1
T 20	516,570	48,807	1
U 21	414,320	88,024	1
V 22	403,374	73,412	1
W 23	650,000	48,628	0
X 24	884,061	67,374	0
Y 25	500,230	47,612	0
Z 26	880,868	68,255	0
Total	7,933,080	1,354,950	
Restricción	8,000,000		
Total de proyectos seleccionados			16

Fuente: Elaboración propia.

En la solución son seleccionados 16 proyectos, los cuales cumplen con las restricciones dadas.

Ahora bien, cuando existe un conflicto de intereses, dado el entorno económico-social en que se vive actualmente, es muy común que se antepongan nuestras decisiones *óptimas*, a las decisiones funcionales para el grupo de interés de la sociedad u organización a la que representamos. ¿Qué tal si el proyecto B qué no se eligió, es un proyecto que el Director Financiero (ó el Gobernador de algún Estado, ó el señor Presidente,…) quieren que se realice, ya que cumple una función particular para beneficio de una comunidad específica, [o un Grupo de Interés presenta cierta predilección por un proyecto o varios específicos]? Supongamos que el proyecto M13, que no fue elegido, lo hacemos elegible para invertirle un capital.

Ante tal sugerencia, ahora la solución ajustada óptima de mi cartera de proyectos a realizar es la siguiente:

Tabla 3. Solución Ajustada de la Cartera de Proyectos

Proyecto	Costo	VPN	Incluye
A 1	237,005	84,334	1
B 2	766,496	26,881	0
C 3	304,049	23,162	1
D 4	565,178	82,598	1
E 5	108,990	20,590	1
F 6	350,000	90,404	1
G 7	795,664	18,163	0
H 8	814,493	97,682	1
I 9	480,321	100	0
J 10	826,610	52,063	0
K 11	734,830	56,323	0
L 12	910,598	200,000	1
M 13	978,621	1	1
N 14	185,000	99,560	1
O 15	763,400	93,297	1
P 16	456,700	94,344	1
Q 17	356,788	98,573	1
R 18	251,141	45,319	1
S 19	864,692	81,684	1
T 20	516,570	48,807	0
U 21	414,320	88,024	1
V 22	403,374	73,412	1
W 23	650,000	48,628	0
X 24	884,061	67,374	0
Y 25	500,230	47,612	0
Z 26	880,868	68,255	0
Total	7,964,349	1,272,983	
Restricción	8,000,000		
Total de proyectos seleccionados			16

Fuente: Elaboración propia.

Y el proyecto M13, seleccionado por decisión propia, además de otros proyectos que antes habían sido seleccionados, ahora no lo son, y viceversa. Ahora el VPN total disminuyó, y aumentó el costo total de los proyectos seleccionados. Aunque fue el mismo número de proyectos seleccionados, no necesariamente es así. Por otro lado, la inclusión de un proyecto en particular, cambia toda la estructura de la selección de los proyectos de la cartera, ya que aunque no maximice el total del VPN, es la mejor decisión que se toma, de acuerdo a las prioridades del momento.

Tabla 4. Comparación de los proyectos seleccionados de la Cartera de Proyectos

Proyecto	Costo	VPN	Seleccionado	
			Original	Ajustado
A 1	237,005	84,334	1	1
B 2	766,496	26,881	0	0
C 3	304,049	23,162	0	1
D 4	565,178	82,598	1	1
E 5	108,990	20,590	1	1
F 6	350,000	90,404	1	1
G 7	795,664	18,163	0	0
H 8	814,493	97,682	1	1
I 9	480,321	100	0	0
J 10	826,610	52,063	0	0
K 11	734,830	56,323	1	0
L 12	910,598	200,000	1	1
M 13	978,621	1	0	1
N 14	185,000	99,560	1	1
O 15	763,400	93,297	1	1
P 16	456,700	94,344	1	1
Q 17	356,788	98,573	1	1
R 18	251,141	45,319	1	1
S 19	864,692	81,684	1	1
T 20	516,570	48,807	1	0
U 21	414,320	88,024	1	1
V 22	403,374	73,412	1	1
W 23	650,000	48,628	0	0
X 24	884,061	67,374	0	0
Y 25	500,230	47,612	0	0
Z 26	880,868	68,255	0	0
Total de proyectos seleccionados			16	16
VPN			1,354,950	1,272,983
Costo			7,933,080	7,964,349

Fuente: Elaboración propia.

El instrumental de análisis para este nuevo enfoque de la lógica, álgebra y conjuntos difusos que se han incorporado a la mayoría de modelos utilizados para el análisis financiero de la empresa (estructura financiera óptima, política de dividendos, presupuesto de efectivo, capital de trabajo, fuentes de financiación, costo de capital, colocación de recursos financieros, etc.) pueden consultarse ampliamente en Kaufmann y Gil Aluja (1986, 1995), Gil Aluja (2002), Lafuente (1990, 2001).

Conclusiones

Se recopila el estado actual de las aplicaciones de la teoría de conjuntos difusos a la solución de problemas financieros, específicamente, a la teoría del portafolio, evaluación de proyectos, racionamiento de capital, entre otros, lo cual permite incorporar la incertidumbre en el análisis de una manera matemática, tal que sea una herramienta de apoyo en la toma de decisiones, lo cual abre un campo de investigación para su aplicación a las ciencias sociales y económica-financieras.

En particular, la comprensión de problemas de presupuestación de capital permite la manera de manejar los problemas por medio de otras herramientas, en este caso, por medio de matemáticas difusas para encontrar la solución óptima, de acuerdo a las condiciones dadas para cada escenario, de acuerdo al criterio experto de cada situación a resolver.

Por otro lado, la diversidad de usos de la matemática difusa es muy amplia, y más propiamente en el aspecto financiero, que están sujetos a los cambios constantes de la vida cotidiana, en el que surgen diferentes grupos de intereses y se debe de tomar decisiones de manera adecuada en un tiempo corto. Sin embargo, la manipulación de las decisiones sujetos a grupos de interés obedece a políticas en ocasiones no muy bien definidas que podrían afectar a una gran mayoría, por lo que el control de la solución debería ser a su vez consensado.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilera, R.V.; Jackson, G. (2003). The Cross-National Diversity of Corporate Governance: Dimensions and Determinants. *The Academy of Management Review*, 28(3), 447–465.

Alkhafaji, A.F. (1989) *A stakeholder approach to corporate governance: Managing in a dynamic environment*. New York: Quorum Books.

Bellman, R.; Zadeh, L. (1970). Decision Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17, (4), 141-164.

Blackburn, J. D. 1991. Time-based Competition: The Next Battleground in American Manufacturing. Irwin, Homewood, IL.

Brealey, R. A.; Myers, S. C. *(*2003*)*. *Fundamentos de Finanzas Corporativas*. McGraw Hill, 5º edición.

Brummer, J.J. (1991) *Corporate responsibility and legitimacy: An interdisciplinary analysis*. New York: Greenwood Press.

Casparri María T.; Lazzari, Luisa; Loisso, Graciela; Mouliá, Patricia (2001). Los conjuntos borrosos y su aplicación a la programación lineal. Facultad de Ciencias Económicas.

Carroll, A.B.; Buchholtz, A.K. (1989) *Business and Society: Ethics and Stakeholder Management*. Southwestern Publishing Co., Cincinnati.

Clarkson, M.B.E. (1991) Defining, evaluating, and managing corporate social performance: A stakeholder management model. In J. E. Post (Ed.), *Research in corporate social performance and policy*, pp. 331–358, Greenwich, CT: JAI Press.

Donaldson, T.; Preston, L.E. (1995).The Stakeholder Theory of the Corporation: Concepts, Evidence and Implications. *Academy Management Review*, 20(1), pp. 65–91.

Elkington, J. (1998). *Cannibals with forks: the triple bottom line of 21st Century Business*. Oxford, U.K. Capstone Publishing Limited.

Freeman, R. E. (1984). *Strategic Management: A Stakeholder Approach*. Pitman Series in Business and Public Policy.

Freeman, R.E.; Evan, W. (1990). Corporate Governance: A Stakeholder Interpretation. *Journal of Behavioral Economics*, 19 (4), pp. 337–359.

Frooman, J. (1999). Stakeholder Influence Strategies, *Academy of Management Review*, 24.2: pp. 191–205.

Galbraith, J. (1973). Designing Complex Organizations. Addison-Wesley, Massachussets.

Giannoccaro, I., Pontrandolfo, P., Scozzi, B., 2003. A fuzzy echelon approach for inventory management in supply chains. *European Journal of Operational Research*, 149(1), 185-196.

Gil Aluja, J. (2002). *Invertir en la incertidumbre*. Madrid. Pirámide.

Hart, S.L.; Sharma, S. (2004). Engaging Fringe Stakeholders for Competitive Imagination. *Academy of Management Executive*, 18(1).

Hill, C.W.L.; Jones, T.M. (1992). Stakeholder-Agency Theory. *Journal of Management Studies*, 29, pp. 131–154.

Jawahar, I.M.; G.L. Mclaughlin (2001). Toward a Descriptive Stakeholder Theory: An Organizational Life Cycle Approach, *Academy of Management Review* 26.3: pp. 397–414.

Kaufmann, A., Gil Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de conjuntos borrosos a la gestión de empresas*. Santiago de Compostela. Milladoiro.

Kaufmann, A., Gil Aluja, J. (1995). *Grafos neuronales para la economía y la gestión de empresas*. Madrid. Pirámide.

Lafuente G. (1990). *Análisis financiero en la incertidumbre*. Barcelona. Arial.

Lafuente G. (2001). *Nuevas estrategias para el análisis financiero de la empresa*. Barcelona. Arial.

Lazzari, Luisa; Machado y Rodolfo H. Pérez (1996): El comportamiento borroso de las tasas de interés su análisis a través de los procesos borrosos – F.C.E. – UBA

Malhotra, R., Malhotra, D.K. (2002). Differentiating between good and bad credits using neuro-fuzzi systems. *European Journal of Operational Research*, 136, 190-211.

Mitchell, R.K.; Agle, B.R.; Wood, D.J. (1997). Toward a Theory of Stakeholder Identification and Salience: Defining the Principle of who and what really Counts. *The Academy of Management Review*, 22(4), pp. 853–886.

Olcese, A.; Rodríguez Ángel, M.; Alfaro, J. (2008) *Manual de la empresa Responsable y Sostenible*. Madrid: McGraw-Hill.

Post, J.E.; Preston, L.E.; Sachs, S. (2002) Managing the Extended Enterprise: The New Stakeholder View. *California Management Review*, 45(1), pp. 5–28.

Rodríguez, M.A.; Ricart, J.E.; Sánchez, P. (2002) Sustainable Development and the Sustainability of Competitive Advantage: A Dynamic and Sustainable View of the firm. Creativity and Innovation Management, 11.

Ross, S.A.; Westerfield, R. W; Jordan, Bradford D. (2003). *Fundamentos de Finanzas Corporativas*. McGraw Hill, 5º edición, México.

Ross, S. A.; Westerfield, R. W; Jaffe, J. *Finanzas Corporativas*. McGraw Hill, 7ª edición, México.

Sahinidis, N. V., 2004. Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. Computers & Chemical Engineering, 28(6-7), 971-983.

Terceño, A., Lorenzana, T., de Andrés, J. y Barberá, M.G. (2003). Using fuzzy set theory to analyse investments and select portfolios of tangible investments in uncertain environments. *The International Journal of Uncertainty*, Fuzziness and Knowledge-based Systems, 11: 263-281.

Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8(3).

Zadeh, L. A., 1978. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 3-28.

Apéndice.

1. Solución Óptima al presupuesto de capital mediante Programación Lineal

Hoja de cálculo: [Conjuntos Borrosos - Presupuesto de Capital - mgl v3 - parte 1 de 2 - P FCA UNAM.xlsx]fca unam pres cap
Informe creado: 26/05/2013 04:52:30 p.m.

Celda objetivo (Máximo)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
R30	Total VPN	0	1,354,950

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
S4	1 A Incluye	0	1
S5	2 B Incluye	0	0
S6	3 C Incluye	0	0
S7	4 D Incluye	0	1
S8	5 E Incluye	0	1
S9	6 F Incluye	0	1
S10	7 G Incluye	0	0
S11	8 H Incluye	0	1
S12	9 I Incluye	0	0
S13	10 J Incluye	0	0
S14	11 K Incluye	0	1
S15	12 L Incluye	0	1
S16	13 M Incluye	0	0
S17	14 N Incluye	0	1
S18	15 O Incluye	0	1
S19	16 P Incluye	0	1
S20	17 Q Incluye	0	1
S21	18 R Incluye	0	1
S22	19 S Incluye	0	1
S23	20 T Incluye	0	1
S24	21 U Incluye	0	1
S25	22 V Incluye	0	1
S26	23 W Incluye	0	0
S27	24 X Incluye	0	0
S28	25 Y Incluye	0	0
S29	26 Z Incluye	0	0

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Divergencia
Q30	Total Costo	7,933,080	Q30<=Q	Opcional	66920.2294
S4	1 A Incluye	1	S4=binario	Obligatorio	0
S5	2 B Incluye	0	S5=binario	Obligatorio	0
S6	3 C Incluye	0	S6=binario	Obligatorio	0
S7	4 D Incluye	1	S7=binario	Obligatorio	0
S8	5 E Incluye	1	S8=binario	Obligatorio	0
S9	6 F Incluye	1	S9=binario	Obligatorio	0
S10	7 G Incluye	0	S10=binari	Obligatorio	0
S11	8 H Incluye	1	S11=binari	Obligatorio	0
S12	9 I Incluye	0	S12=binari	Obligatorio	0
S13	10 J Incluye	0	S13=binari	Obligatorio	0
S14	11 K Incluye	1	S14=binari	Obligatorio	0
S15	12 L Incluye	1	S15=binari	Obligatorio	0
S16	13 M Incluye	0	S16=binari	Obligatorio	0
S17	14 N Incluye	1	S17=binari	Obligatorio	0
S18	15 O Incluye	1	S18=binari	Obligatorio	0
S19	16 P Incluye	1	S19=binari	Obligatorio	0
S20	17 Q Incluye	1	S20=binari	Obligatorio	0
S21	18 R Incluye	1	S21=binari	Obligatorio	0
S22	19 S Incluye	1	S22=binari	Obligatorio	0
S23	20 T Incluye	1	S23=binari	Obligatorio	0
S24	21 U Incluye	1	S24=binari	Obligatorio	0
S25	22 V Incluye	1	S25=binari	Obligatorio	0
S26	23 W Incluye	0	S26=binari	Obligatorio	0
S27	24 X Incluye	0	S27=binari	Obligatorio	0
S28	25 Y Incluye	0	S28=binari	Obligatorio	0
S29	26 Z Incluye	0	S29=binari	Obligatorio	0

2. Solución al presupuesto de capital ajustado mediante programación Lineal

Hoja de cálculo: [Conjuntos Borrosos - Presupuesto de Capital - mgl v3 - parte 2 de 2 - P FCA UNAM.xlsx]fca unam pres cap
Informe creado: 26/05/2013 04:57:44 p.m.

Celda objetivo (Máximo)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
R30	Total VPN	0	1,272,983

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
S4	1 A Incluye	0	1
S5	2 B Incluye	0	0
S6	3 C Incluye	0	1
S7	4 D Incluye	0	1
S8	5 E Incluye	0	1
S9	6 F Incluye	0	1
S10	7 G Incluye	0	0
S11	8 H Incluye	0	1
S12	9 I Incluye	0	0
S13	10 J Incluye	0	0
S14	11 K Incluye	0	0
S15	12 L Incluye	0	1
S16	13 M Incluye	0	1
S17	14 N Incluye	0	1
S18	15 O Incluye	0	1
S19	16 P Incluye	0	1
S20	17 Q Incluye	0	1
S21	18 R Incluye	0	1
S22	19 S Incluye	0	1
S23	20 T Incluye	0	0
S24	21 U Incluye	0	1
S25	22 V Incluye	0	1
S26	23 W Incluye	0	0
S27	24 X Incluye	0	0
S28	25 Y Incluye	0	0
S29	26 Z Incluye	0	0

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Divergencia
Q30	Total Costo	7,964,349	Q30<=Q	Opcional	35650.5006
S4	1 A Incluye	1	S4=binario	Obligatorio	0
S5	2 B Incluye	0	S5=binario	Obligatorio	0
S6	3 C Incluye	1	S6=binario	Obligatorio	0
S7	4 D Incluye	1	S7=binario	Obligatorio	0
S8	5 E Incluye	1	S8=binario	Obligatorio	0
S9	6 F Incluye	1	S9=binario	Obligatorio	0
S10	7 G Incluye	0	S10=binari	Obligatorio	0
S11	8 H Incluye	1	S11=binari	Obligatorio	0
S12	9 I Incluye	0	S12=binari	Obligatorio	0
S13	10 J Incluye	0	S13=binari	Obligatorio	0
S14	11 K Incluye	0	S14=binari	Obligatorio	0
S15	12 L Incluye	1	S15=binari	Obligatorio	0
S16	13 M Incluye	1	S16=binari	Obligatorio	0
S17	14 N Incluye	1	S17=binari	Obligatorio	0
S18	15 O Incluye	1	S18=binari	Obligatorio	0
S19	16 P Incluye	1	S19=binari	Obligatorio	0
S20	17 Q Incluye	1	S20=binari	Obligatorio	0
S21	18 R Incluye	1	S21=binari	Obligatorio	0
S22	19 S Incluye	1	S22=binari	Obligatorio	0
S23	20 T Incluye	0	S23=binari	Obligatorio	0
S24	21 U Incluye	1	S24=binari	Obligatorio	0
S25	22 V Incluye	1	S25=binari	Obligatorio	0
S26	23 W Incluye	0	S26=binari	Obligatorio	0
S27	24 X Incluye	0	S27=binari	Obligatorio	0
S28	25 Y Incluye	0	S28=binari	Obligatorio	0
S29	26 Z Incluye	0	S29=binari	Obligatorio	0
S16	13 M Incluye	1	S16=1	Opcional	0